

*Universidade Federal de Santa Catarina*

*Pós Graduação em Engenharia Elétrica*

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina,  
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, para preenchimento dos requisitos  
parciais para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

# **O Método da Modelagem por Linhas de Transmissão (TLM) e Aplicações em Compatibilidade Eletromagnética (EMC)**

**Autor: Mauro Faccioni Filho**

**Orientador: Prof. Adroaldo Raizer, Dr.**

**Florianópolis - Santa Catarina**

**Junho de 1997**

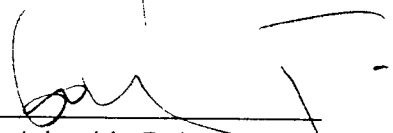
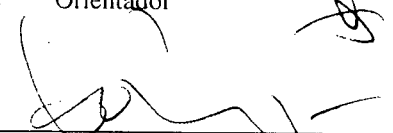
# O Método da Modelagem por Linhas de Transmissão (TLM) e Aplicações em Compatibilidade Eletromagnética (EMC)

**Mauro Faccioni Filho**

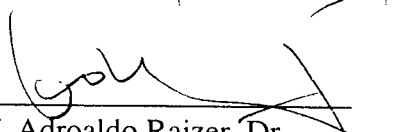
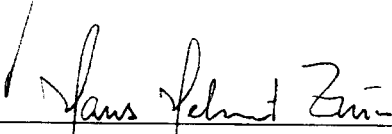
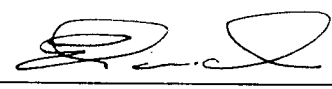
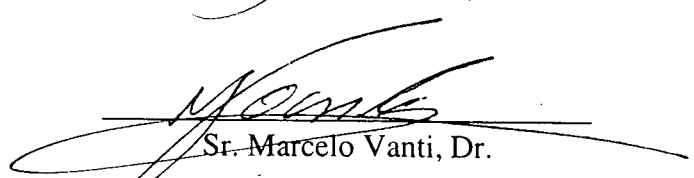
Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de  
Mestre em Engenharia Elétrica

**Área de concentração:**

**Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos**  
*e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação*

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Adroaldo Raizer, Dr.  
Orientador  
\_\_\_\_\_  
Prof. Adroaldo Raizer, Dr.  
Coordenador do Curso de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica

## **BANCA EXAMINADORA**

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Adroaldo Raizer, Dr.  
Orientador  
\_\_\_\_\_  
Prof. Hans Helmut Zürn, Ph.D.  
\_\_\_\_\_  
Prof. Ênio Valmor Kassiek, Dr.  
\_\_\_\_\_  
Prof. Nelson Sadowski, Dr.  
\_\_\_\_\_  
Sr. Marcelo Vanti, Dr.

Florianópolis - Santa Catarina  
Junho de 1997

## RESUMO

O método numérico de modelagem chamado TLM - Transmission Line Modeling, e seu uso em problemas de Compatibilidade Eletromagnética - EMC, são os assuntos deste trabalho.

Inicialmente são introduzidos conceitos sobre linhas de transmissão, bem como o Princípio de Huygens, que são as bases para o desenvolvimento do método TLM.

O Método de Modelagem por Linhas de Transmissão - TLM - em uma dimensão é apresentado, e elementos passivos como indutores e capacitores são modelados para uso no método.

São também apresentados os princípios da Compatibilidade Eletromagnética (EMC) e Interferência Eletromagnética (EMI).

Finalmente são apresentadas experiências e aplicações em Compatibilidade Eletromagnética usando código computacional baseado em TLM , implementado para validar o método.

## **ABSTRACT**

This work is about the numerical modeling method called TLM - Transmission Line Modeling, and its use in Electromagnetic Compatibility - EMC.

Firstly the transmission line theory and the Huygens's Principle are introduced, which are the basics for the development of TLM Method.

The one-dimensional Transmission Line Modeling Method is presented, and passive elements like capacitors and inductors are modeled for the method.

An overview of Electromagnetic Compatibility (EMC) and Electromagnetic Interference (EMI) is presented.

Finally experiments and applications on EMC with a code based on TLM are implemented to validate the method.

*Este trabalho é dedicado ao pequeno observador do mundo  
que a cada dia se surpreende  
com uma nova luz, um novo som, uma nova máquina  
e com as belas palavras que sua cabecinha  
aprende a entoar e engendrar  
em inúmeras fantasias,  
meu filho Guilherme.*

*E também é dedicado àqueles  
que um dia olharam para mim,  
como hoje olho para meu filho,  
e fizeram muitos planos e muitos sonhos  
e me ensinaram as palavras do agradecimento,  
meus pais, Mauro e Wilma.*

# SUMÁRIO

<b>Resumo.....</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>iv</b>
<b>Dedicatória.....</b>	<b>v</b>
<b>Sumário.....</b>	<b>vi</b>
<b>Agradecimentos.....</b>	<b>viii</b>
<b>Lista de Figuras.....</b>	<b>ix</b>
<b>Simbologia.....</b>	<b>xi</b>
<b>Capítulo 1 - Introdução .....</b>	<b>01</b>
1.1 - Métodos Numéricos para Modelagem de Fenômenos.....	01
1.2 - Classificação dos Métodos Numéricos.....	03
1.3 - Analogias entre Modelos.....	05
1.4 - Princípios do Método TLM.....	09
1.5 - Tópicos desta Dissertação.....	10
<b>Capítulo 2 - Linhas de Transmissão - Teoria Básica.....</b>	<b>12</b>
2.1 - Análise de Linhas de Transmissão no Domínio do Tempo.....	12
2.2 - Análise de Linhas de Transmissão no Domínio da Frequência.....	17
2.2 - Conclusões.....	25
<b>Capítulo 3 - Princípio de Huygens.....</b>	<b>26</b>
3.1 - Princípios Básicos.....	26
3.2 - Aplicação e Conclusões.....	27
<b>Capítulo 4 - TLM em Uma Dimensão.....</b>	<b>32</b>
4.1 - Características de uma Linha de Transmissão.....	32
4.2 - Modelagem de uma Linha de Transmissão.....	35
4.3 - Conclusões.....	42
<b>Capítulo 5 - Modelagem de Elementos Passivos.....</b>	<b>43</b>
5.1 - Introdução.....	43

5.2 - Capacitância.....	44
5.2.1 - O Modelo Link.....	44
5.2.2 - O Modelo Stub.....	46
5.3 - Indutância.....	49
5.3.1 - O Modelo Link.....	49
5.3.2 - O Modelo Stub.....	51
5.4 - Conclusões.....	53
<b>Capítulo 6 - Aplicações em Compatibilidade Eletromagnética.....</b>	<b>54</b>
6.1 - Introdução.....	54
6.2 - Compatibilidade Eletromagnética.....	55
6.3 - Interferência Eletromagnética.....	56
6.4 - Uso do Método TLM.....	59
6.4.1 - Modelagem da Linha.....	64
6.4.2 - Modelagem do Filtro.....	64
6.5 - Resultados Obtidos e Validação.....	66
6.5.1 - Degrau de Tensão.....	66
6.5.2 - Surto de Tensão.....	69
6.5.3 - Impulso.....	71
6.5.4 - Onda senoidal.....	72
6.5.5 - Experiência em laboratório.....	72
6.6 - Conclusões .....	74
<b>Capítulo 7 - Conclusões.....</b>	<b>75</b>
7.1 - O Método TLM.....	75
7.2 - Compatibilidade Eletromagnética.....	76
7.3 - Trabalhos Futuros.....	77
<b>Referências.....</b>	<b>78</b>
<b>Anexo A.....</b>	<b>80</b>

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer inicialmente ao orientador e amigo Prof. Adroaldo Raizer, pelo incentivo e pela ajuda constantes, assim como por sua visão ampla e atenta aos caminhos dinâmicos que a engenharia elétrica atravessa hoje.

Aos excelentes professores que pude conhecer apenas agora, na pós-graduação, e que me fizeram gostar ainda um pouco mais deste ofício: Prof. João Pedro Assumpção Bastos e Prof. Nelson Sadowski.

Aos colegas do GRUCAD (Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos) e especialmente aos mais próximos nos estudos: Gianfranco, André, Émerson, Ivan, Jorge e Golberi.

À excelente banca de examinadores desta dissertação, que valorizou e aprofundou seu conteúdo com várias questões e sugestões complementares.

Agradecer à Riva e ao Sun, bem como a todos meus familiares, que tiveram um pouco de paciência com as muitas horas gastas longe deles.

Finalmente aos meus amigos e a todos aqueles que, em um ou outro momento, dedicaram algo da sua compreensão, boa vontade e alegria de viver para enriquecer um pouco mais nosso dia a dia.



## LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.1 - Relações entre fonte, sistema e saída.
- Figura 1.2 - Modelo genérico de uma linha de transmissão com perdas.
- Figura 2.1 - Fonte de tensão ligada à linha de transmissão.
- Figura 2.2 - Propagação de onda: incidência e reflexão
- Figura 2.3 - Equivalente de Thevenin da extremidade da linha em aberto.
- Figura 2.4 - Equivalente de Thevenin da extremidade da linha com carga  $R$ .
- Figura 2.5 - Linha sem perdas com parâmetros distribuídos.
- Figura 3.1 - Propagação de onda plana e onda esférica.
- Figura 3.2 - Incidência de um pulso de tensão unitário.
- Figura 3.3 - Reflexões a partir de um pulso unitário incidente.
- Figura 3.4 - Impulso unitário inicial e as duas iterações seguintes
- Figura 4.1 - Linha de transmissão com parâmetros distribuídos.
- Figura 4.2 - Trecho de linha de transmissão e equivalente.
- Figura 4.3 - Linha de transmissão com fonte e carga.
- Figura 4.4 - Tensões incidentes e refletidas sobre o nó  $n$ .
- Figura 4.5 - Equivalente para o nó  $n$  de uma linha com perdas.
- Figura 4.6 - Equivalente para o primeiro nó, junto à fonte.
- Figura 4.7 - Último nó da linha, junto à carga.
- Figura 4.8 - Equivalente de Thévenin do último nó, junto a carga.
- Figura 5.1 - Capacitor (a) na linha e (b) modelo link.
- Figura 5.2 - Capacitor (a) na linha e (b) modelo stub.
- Figura 5.3 - Indutor (a) na linha e (b) modelo link.
- Figura 5.4 - Indutor (a) na linha e (b) modelo stub.

- Figura 6.1 - Esquema simplificado para interferências eletromagnéticas.
- Figura 6.2 - Gráfico de custos para o desenvolvimento de produtos com preocupação em EMC.
- Figura 6.3 - Esquema detalhado para interferências eletromagnéticas.
- Figura 6.4 - Linha de transmissão com fonte, carga e filtro.
- Figura 6.5 - Algoritmo do programa LTDT.
- Figura 6.6 - Filtro capacitivo e seu equivalente.
- Figura 6.7 - Equivalente de Thévenin do último nó, com filtro capacitivo.
- Figura 6.8 - Tensão junto à carga (último nó) em relação ao tempo (LTDT)
- Figura 6.9 - Corrente junto à fonte (primeiro nó) em relação ao tempo (LTDT)
- Figura 6.10 - Resultados do SPICE, sendo em (a) a tensão junto à carga e (b) a corrente junto à fonte
- Figura 6.11 - Tensão junto à carga indutiva (último nó) devido a degrau de 30 V (LTDT)
- Figura 6.12 - Onda padronizada de surto de tensão.
- Figura 6.13 - Tensão junto à carga (último nó) devido a surto atmosférico (LTDT)
- Figura 6.14 - Tensão junto à carga (último nó) devido a impulso de 30 V (LTDT)
- Figura 6.15 - Tensão junto à carga (último nó) devido a tensão senoidal com frequência de 360 kHz (LTDT).
- Figura 6.16 - Resultado experimental com uso de filtro capacitivo.
- Figura 6.17 - Resultado de modelagem numérica com TLM para filtro capacitivo junto à carga (LTDT)

## SIMBOLOGIA

<b><i>B</i></b>	indução magnética
<i>c</i>	velocidade da luz
<b><i>C</i></b>	capacitância
<b><i>C<sub>e</sub></i></b>	capacitância de erro
<b><i>D</i></b>	indução elétrica
<b><i>E</i></b>	campo elétrico
<i>f</i>	frequência
<b><i>G</i></b>	condutância elétrica
<b><i>H</i></b>	campo magnético
<i>I</i>	corrente elétrica
<b>[<i>I</i>]</b>	matriz identidade
<i>j</i>	$\sqrt{-1}$
<b><i>J</i></b>	densidade de corrente
<i>k</i>	número da iteração no processo de cálculo
<i>l</i>	comprimento total da linha
<b><i>L<sub>e</sub></i></b>	indutância de erro
<b><i>L</i></b>	indutância
<i>m</i>	último nó de uma linha
<i>n</i>	número de um nó qualquer da linha
<i>q</i>	carga elétrica
<b><i>R</i></b>	resistência elétrica
<b>[<i>S</i>]</b>	matriz de espalhamento
<b>[<i>S</i>]<sup>-1</sup></b>	inversa da matriz de espalhamento
<i>t</i>	tempo
<b>T</b>	coeficiente de transmissão
<i>v</i>	velocidade de propagação da onda
<i>v<sub>w</sub></i>	velocidade de propagação em um meio qualquer

$V$	potencial elétrico
$V_0$	potencial elétrico máximo da onda senoidal
$VE$	potencial elétrico do lado esquerdo do nó 1D
$VD$	potencial elétrico do lado direito do nó 1D
$W$	energia
$Y$	admitância
$Z$	impedância
$Z_0$	impedância característica
$Z_{in}$	impedância da linha vista nos terminais de entrada
$Z_L$	impedância equivalente do indutor modelado
$Z_C$	impedância equivalente do capacitor modelado
$Z_l$	impedância da carga
$\alpha$	função da fonte em um modelo genérico
$\beta$	constante de fase
$\Delta x$	espaço discretizado no eixo x
$\Delta y$	espaço discretizado no eixo y
$\Delta z$	espaço discretizado no eixo z
$\Delta l$	comprimento discretizado genérico
$\Delta t$	tempo discretizado (passo de tempo)
$\Delta q$	quantidade de carga elétrica discretizada
$\Delta \phi$	quantidade de fluxo elétrico discretizado
$\varepsilon$	permissividade elétrica
$\varepsilon_r$	permissividade elétrica relativa
$\varepsilon_0$	permissividade elétrica do espaço
$\oslash$	função do campo em um modelo genérico
$\phi$	fluxo elétrico
$\Gamma$	coeficiente de reflexão
$\lambda$	comprimento de onda
$\mu$	permeabilidade magnética

$\mu_0$	permeabilidade magnética do espaço
$\mu_r$	permeabilidade magnética relativa
$\mathcal{R}$	conjunto dos números reais
$\mathcal{T}$	operador numérico em um modelo genérico
$\sigma$	condutividade elétrica
$\omega$	freqüência angular
$\nabla$	operador nabla

### Prefixo subscripto

$k$	indica o número da iteração
-----	-----------------------------

### Sufixo subscripto

$d$	distribuído por unidade de comprimento
$s$	relativo à fonte
$e$	relativo a erro
$x$	grandeza no eixo x
$y$	grandeza no eixo y
$z$	grandeza no eixo z
$n$	número do nó (qualquer)
$m$	número do último nó

### Sufixo sobrescrito

$i$	incidente sobre o nó
$r$	refletido do nó

### Abreviaturas

TLM	<i>Transmission Line Modelling</i>
FDTD	<i>Finite Diference - Time Domain</i>
DF	Domínio da Freqüência

DT	Domínio do Tempo
1D	Unidimensional
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
TM	Transversal Magnética
TE	Transversal Elétrica
EMC	<i>Electromagnetic Compatibility</i>
EMI	<i>Electromagnetic Interference</i>

# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUÇÃO**

### **1.1 - MÉTODOS NUMÉRICOS PARA MODELAGEM DE FENÔMENOS**

Ao se deparar com um novo problema o homem sempre tenta trazê-lo para seu ambiente de conhecimentos e experiências. Esses conhecimentos e experiências prévios o ajudarão a tentar uma maior proximidade com o problema, de forma a criar uma intimidade que possibilite sua resolução. Todo o universo de relações do homem com o mundo à sua volta é feito por meio destes modelos de representação, baseados em experiências, conhecimentos e aprendizagem.

O tratamento de quaisquer fenômenos da natureza pode ser feito por meio de analogias. Para isto são criados modelos de representação, e por sua vez métodos de modelagem. Quando os fenômenos já são bem conhecidos e têm um método de estudo e aplicação próprios, podem ter estes métodos transplantados para novos fenômenos em estudo. Com isto economiza-se esforço intelectual neste novo tratamento.

O primeiro problema está na escolha do método que será usado em um novo fenômeno. A escolha de um método não perfeitamente apropriado pode restringir a abertura das aplicações, diminuindo o ritmo de seu desenvolvimento e gerando mesmo o afastamento de novos pesquisadores em relação ao fenômeno em estudo [1].

É importante também distinguir entre a computação e a modelagem. A computação é apenas um instrumento auxiliar neste tipo de método, pois sua capacidade de cálculo auxilia a fazer a modelagem numérica do método em questão, e neste caso há métodos que exigem mais e outros menos esforço computacional. Esta é uma das questões importantes nos debates científicos atuais, porém é um debate sempre com os dias contados devido ao aumento constante da capacidade de processamento das novas máquinas. Enorme empenho intelectual é gasto diariamente na tentativa de reduzir o

tempo de processamento através de modificações nos métodos de modelagem, e por conseguinte nos aplicativos, e logo um novo *hardware* se apresenta e ajuda a reduzir este tempo de forma drástica, fazendo daquele um empenho inglório.

De toda forma os modelos são necessários, pois não há como tratar diretamente o real. O modelo é uma imagem mental criada para tentar uma aproximação com o real em estudo. E até que ponto um modelo pode se aproximar deste real que ele copia ? Até que ponto este modelo pode ser perfeito ? Nenhuma cópia é o próprio objeto. A cópia é um novo objeto.

O modelo de um determinado fenômeno, para que seja aplicável, deve ser simples e claro. Simples na sua aplicação, claro em sua identificação com o fenômeno. E a sua simplicidade está ligada também às suas limitações, que são justamente aquilo que o separa do real. Não há modelo sem limitações, e elas devem ser bem conhecidas.

Os modelos têm que ser desenvolvidos tendo em mente estas duas palavras: simplicidade e clareza.

A modelagem científica é um campo de estudo que ainda está no início das suas possibilidades. O homem sempre procura, em todas as suas atividades, criar modelos mentais e aplicá-los para se relacionar com as coisas em sua volta. Assim são os modelos políticos, na sua tentativa de organizar o relacionamento entre as pessoas em uma sociedade, os modelos religiosos, organizando as ansiedades do homem em uma esperança transcendental, ou simplesmente as artes da pintura, da música, da filosofia, na sua representação visual, musical ou idealista do mundo em volta. São simplesmente modelos.

Como em todas as atividades, também na ciência procura-se desenvolver modelos. Conforme Christopoulos [2] [3], no desenvolvimento de modelos numéricos é necessário seguir cinco passos básicos:

- **conceituação**, onde são propostas as teorias de fundamentação do modelo;
- **formulação**, onde é desenvolvido o equacionamento matemático baseado na conceituação preliminar;
- **implantação numérica**, onde são definidos os cálculos necessários para um determinado modelo;



- **computação**, onde são realizados os cálculos através de processamento computacional;
- **validação**, onde finalmente são comparados os resultados dos cálculos realizados, com dados obtidos em experiências ou analiticamente, de forma a comprovar a validade do modelo.

A partir destas premissas, será exposto neste trabalho o método da modelagem numérica que utiliza analogias com linhas de transmissão (TLM - *Transmission Line Modelling Method*) para resolução de problemas de eletromagnetismo em geral.

## 1.2 - CLASSIFICAÇÃO DOS MÉTODOS NUMÉRICOS

Métodos numéricos são definidos para estabelecer relações entre uma fonte, um determinado sistema e uma saída, como apresentado na Figura 1.1 abaixo.

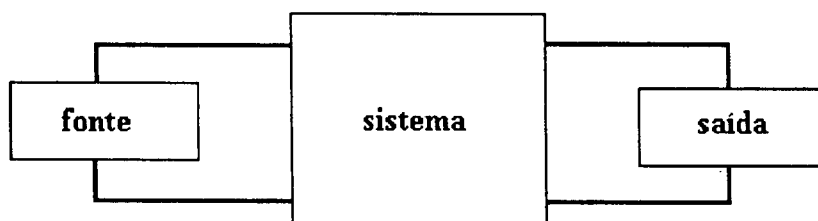


Figura 1.1 - Relações entre fonte, sistema e saída.

Inicialmente o problema está em relacionar de forma eficiente estes três blocos. Pode-se propor o seguinte modelo matemático:

$$\mathfrak{I}\{\varnothing\} = \alpha \quad (1.1)$$

onde

$\mathfrak{I}$  - operador numérico

$\varnothing$  - campo

$\alpha$  - fonte

Os métodos de modelagem podem então ser divididos em dois grupos, considerando a variável das funções: métodos no domínio do tempo e métodos no domínio da frequência. No domínio do tempo, por exemplo

$$V(t) = RI(t) + L \frac{d}{dt} I(t)$$

e no domínio da frequência

$$\dot{V} = \dot{I}(R + j\omega L)$$

onde a tensão é a fonte e a corrente é o campo sobre o qual atuam os operadores numéricos.

No domínio do tempo será obtida uma resposta do tipo  $h(t)$ , e no domínio da frequência será  $H(j\omega)$ . Estas respostas são denominadas “par de transformadas de Fourier”, pois uma pode ser transformada na outra e vice-versa.

Quanto ao operador há uma grande diferença entre os métodos de modelagem desenvolvidos e em desenvolvimento, que se dividem em *Métodos de Modelagem Numérica Diferencial* e *Métodos de Modelagem Numérica Integral*.

Nos métodos diferenciais (e o método em estudo neste trabalho é um deles) há um problema que é a necessidade de discretizar o tempo e as dimensões em todo o espaço de estudo, ou seja, precisa-se de superfícies de contorno para evitar que a discretização se estenda infinitamente. Se não há tais superfícies, precisa-se definir então “condições de contorno”. O método é chamado diferencial, mas não se faz a diferenciação do tempo e espaço no modelo desenvolvido. Na verdade são definidos “pedaços”, ou “passos”, com tamanho suficientemente pequeno para dar eficiência ao método, e suficientemente grande para não aumentar demasiadamente o tempo de cálculo.

Ao mesmo tempo esta discretização nos métodos diferenciais é uma qualidade, pois é possível obter resultados para cada ponto discreto, e isto vai facilitar o estudo de não-homogeneidades, anisotropia, irregularidades diversas, etc.

Já os métodos denominados integrais podem trabalhar sem um contorno definido, porém apresentam equacionamento mais complexo.

No estudo de ondas eletromagnéticas o uso dos métodos diferenciais sempre apresentará um problema básico, que é a escolha do “passo de tempo” -  $\Delta t$ , e do “passo de espaço” -  $\Delta l$ . Geralmente é adotado um  $\Delta l$  que se relaciona com o comprimento de onda  $\lambda$  em estudo, na seguinte proporção [2] :

$$\Delta l = 0,1 \lambda$$

Tanto os métodos diferenciais quanto os métodos integrais são apropriados quando o comprimento de onda é de ordem de grandeza semelhante ao do objeto em que a onda atua ou se propaga. Se o comprimento de onda é de ordem de grandeza muito inferior, estes métodos não se aplicam e deve-se então utilizar conhecimentos de ótica.

### 1.3 - ANALOGIAS ENTRE MODELOS

No início do desenvolvimento da eletricidade muitas vezes usou-se a mecânica para fazer analogias que explicassem os fenômenos. A mecânica era bastante conhecida e fácil de ser observada em seus fenômenos. Justamente devido à sua observação direta, foi modelada de diversas formas, como a gravidade, o peso, as medidas em geral, da maneira como se usa ainda hoje. Para explicar a eletricidade diversas analogias com a mecânica foram utilizadas.

Hoje, no entanto, o conhecimento de eletricidade é mais profundo, e diversos fenômenos elétricos já têm uma compreensão intuitiva por parte dos cientistas, engenheiros e mesmo técnicos. Desta forma é possível utilizar estes conhecimentos de eletricidade como a base para o desenvolvimento de novos modelos, como se verá no método da modelagem por linhas de transmissão (TLM).

O intuito é utilizar as expressões de circuitos elétricos, que são simples, e aplicá-las ao estudo de campos eletromagnéticos e propagação de ondas, cujo tratamento é mais complexo. Para um desenvolvimento inicial deste tipo de modelagem, com o uso de

componentes e circuitos elétricos, pode-se tomar como exemplo uma linha de transmissão como apresentado na figura 1.2 abaixo.

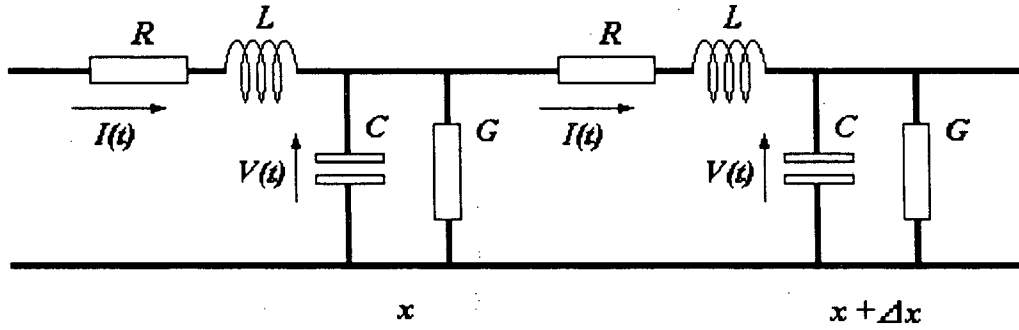


Figura 1.2 - Modelo genérico de uma linha de transmissão com perdas.

Aplicando a Lei de Kirchhoff para tensão e para corrente, obtém-se as seguintes expressões [4], considerando-se  $R=0$  :

$$\frac{\partial V}{\partial x} \Delta x = L \frac{dI}{dt} \quad (1.2)$$

$$-\frac{\partial I}{\partial x} \Delta x = GV + C \frac{dV}{dt} \quad (1.3)$$

Diferenciando a expressão (1.3) em relação a  $x$ ,

$$-\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \Delta x = G \frac{\partial V}{\partial x} + C \frac{d}{dt} \frac{\partial V}{\partial x} \quad (1.4)$$

e introduzindo nela a expressão (1.2), tem-se

$$-\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \frac{LC}{\Delta x^2} \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{LG}{\Delta x^2} \frac{dI}{dt} \quad (1.5)$$

Com a expressão obtida em (1.5) pode-se fazer algumas analogias que vão conduzir a um método de resolução das equações de Maxwell a partir de circuitos de uma linha de transmissão. Sejam então as equações de Maxwell e suas complementares [5]:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.7)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1.8)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1.9)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.10)$$

Substituindo as equações (1.8), (1.9) e (1.10) em (1.6), trabalhando apenas na direção  $x$ :

$$-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x} = \mu \mathbf{J} + \frac{\mu \epsilon}{\sigma} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \quad (1.11)$$

Diferenciando em relação a  $t$ :

$$-\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mu \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \frac{\mu \epsilon}{\sigma} \frac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial t^2} \quad (1.12)$$

Substituindo em (1.12) a equação (1.7) e depois (1.10) chega-se finalmente a:

$$-\frac{\partial^2 J}{\partial x^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 J}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial J}{\partial t} \quad (1.13)$$

A equação obtida em (1.13) vale para campos, enquanto a equação obtida em (1.5) é válida para circuitos, porém elas têm o mesmo formato, são semelhantes, e pode-se fazer as seguintes comparações:

$$\begin{aligned} J &\equiv i \\ \mu &\equiv \frac{L}{\Delta x} \\ \epsilon &\equiv \frac{C}{\Delta x} \\ \sigma &\equiv \frac{G}{\Delta x} \text{ ou } \frac{1}{R\Delta x} \end{aligned} \quad (1.14)$$

A partir destas similaridades entre as equações, será feito uso de circuitos para modelar o comportamento de campos, ou seja, os campos eletromagnéticos serão modelados por circuitos (especificamente circuitos de linhas de transmissão), tanto em problemas de difusão (baixa frequência) como em problemas de ondas (alta frequência). Na equação (1.13) pode-se verificar o comportamento de onda ou de difusão para os campos eletromagnéticos pela relação entre o primeiro e segundo termos do lado direito[3]. Seja então a densidade de corrente no domínio da frequência dada por

$$\dot{J} = J e^{j\omega} \quad (1.15)$$

Substituindo no primeiro e segundo termos do lado direito da expressão (1.13) obtém-se respectivamente

$$\frac{\mu\epsilon\omega^2 J e^{j\omega}}{e} = \sigma\mu\omega J e^{j\omega} \quad (1.16)$$

Dividindo o módulo do primeiro resultado pelo segundo, chega-se à expressão

$$\frac{\epsilon\omega}{\sigma} \quad (1.17)$$

onde, quando o termo  $\epsilon\omega$  for maior que  $\sigma$ , considera-se para estudos o comportamento das ondas eletromagnéticas, e no caso inverso, a difusão. É interessante observar que a permeabilidade magnética ( $\mu$ ) não interfere nesta relação. No modelo pode-se fazer o mesmo raciocínio utilizando C e G, e observar a mesma neutralidade para L.

#### 1.4 - PRINCÍPIOS DO MÉTODO TLM

O método chamado de TLM - “*Transmission Line Modelling*” é também conhecido por *Transmission Line Matrix Method*. É um método numérico diferencial que surgiu utilizando equacionamento das linhas de transmissão, considerando o princípio de espaços discretizados (diferenças finitas). Tem aplicações nos mais diversos casos, podendo ser utilizado em problemas que envolvem meios não homogêneos (de diferentes características), meios não lineares (onde as características estão em função das coordenadas), e meios anisotrópicos (características diferentes em diferentes dimensões) com propriedades dependentes do tempo e com geometrias variadas. É um método que apresenta similaridades com o Método da Diferenças Finitas (FDTD) [1] [14], tendo porém a diferença básica e fundamental de que a analogia do TLM é feita com circuitos elétricos, e não com conceitos puramente matemáticos.

Foi desenvolvido por P. B. Johns e seus colaboradores no princípio dos anos 70 [6] [7] [8] [9], e tem seu desenvolvimento aprofundado a partir do final dos anos 80,

quando o esforço de simulação computacional exigido pelo método pôde ser acompanhado pelo desenvolvimento dos computadores pessoais.

TLM é um método no domínio do tempo (TD - Time Domain) onde as equações básicas utilizadas são as seguintes

$$V(t) = RI(t) + L \frac{d}{dt} I(t) \quad (1.18)$$

$$I(t) = GV(t) + C \frac{d}{dt} V(t) \quad (1.19)$$

considerando a estrutura discreta básica de uma linha de transmissão mostrada na figura 1.2, onde a impedância e a admitância na domínio da frequência são dadas por:

$$Z = R + j\omega L \quad (1.20)$$

$$Y = G + j\omega C \quad (1.21)$$

O método TLM é apropriado para o estudo de ondas milimétricas e microondas, e neste caso é predominante a natureza de “onda” ao invés do próprio caráter corpuscular da transmissão, ou seja, o que interessa é o comportamento da onda (propagação - reflexão - transmissão).

O desenvolvimento do TLM parte do princípio de Huygens, e faz a implementação deste princípio através de elementos discretos (não contínuos).

## 1.5 - TÓPICOS DESTA DISSERTAÇÃO

Este trabalho está dividido em duas partes complementares. Na primeira é apresentada uma descrição teórica do método da modelagem por linhas de transmissão



(TLM). Na segunda parte são apresentadas algumas aplicações do método na análise de problemas em compatibilidade eletromagnética.

Neste primeiro capítulo foram apresentados conceitos e noções básicas sobre modelagem e seu uso em eletromagnetismo, classificação dos diversos métodos numéricos existentes, bem como princípios elementares do método chamado TLM, que é uma abreviatura das iniciais da expressão em inglês “*Transmission Line Modelling*”.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão sobre linhas de transmissão, dando ênfase ao aspecto da análise de linhas no domínio do tempo, e também no domínio da frequência quando em regime permanente, assim como uma exposição geral do equacionamento de linhas.

No Capítulo 3 é colocado o princípio de Huygens, que permitiu uma fundamentação teórica para métodos de transmissão de ondas a partir de diferenças finitas, ou seja, deu a idéia fundamental de uma transmissão em “passos”.

O método TLM unidimensional é o tema do capítulo 4, onde toda a formulação de linhas 1D é colocada, permitindo o desenvolvimento dos primeiros aplicativos para transmissões unidimensionais.

O desenvolvimento de modelos para elementos passivos como capacitores e indutores é o tema do Capítulo 5. A partir destes modelos de elementos será possível o desenvolvimento posterior de estruturas mais complexas.

No Capítulo 6 são apresentados conceitos básicos sobre compatibilidade eletromagnética e é demonstrada uma aplicação do método TLM aplicado em linhas de transmissão de alta frequência. A aplicação é testada a partir de experiência de laboratório e os dados obtidos são comparados àqueles obtidos com o método, comprovando sua validade.

No Capítulo 7 são colocadas as conclusões gerais do trabalho, bem como os objetivos e interesses de estudos futuros no aprofundamento de métodos numéricos e eletromagnetismo.

Finalizando, é apresentado em anexo (Anexo A) o código integral em FORTRAN do aplicativo básico desenvolvido para análise de linhas de transmissão, chamado LTDT.

## CAPÍTULO 2

### LINHAS DE TRANSMISSÃO

#### 2.1 - ANÁLISE DE LINHAS DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO

Em uma linha de transmissão pode-se ter dois tipos de fontes: em corrente contínua ou em corrente alternada. Em corrente alternada a fonte mais comum é a senoidal [10] [11].

No caso da fonte de corrente contínua, quando chaveada em um dado momento e se pretende saber a tensão e a corrente em determinados pontos desta linha, é preciso estudá-la no domínio do tempo. No caso da fonte senoidal, a partir do regime permanente pode-se estudá-la no domínio da frequência.

Neste trabalho o interesse é estudar os fenômenos transitórios e quando se tem um regime permanente. Será desenvolvido um modelo considerando o domínio do tempo. Neste capítulo, inicialmente, será feito um estudo para linhas de transmissão na ocorrência de um transiente e no regime permanente senoidal.

Na figura 2.1 apresenta-se uma linha de transmissão sem perdas, sendo  $L_d$  a indutância por unidade de comprimento,  $C_d$  a capacitância por unidade de comprimento,  $V_s$  a tensão da fonte,  $\Delta x$  um determinado comprimento de linha pré-definido, e  $I$  a corrente que circula na linha.

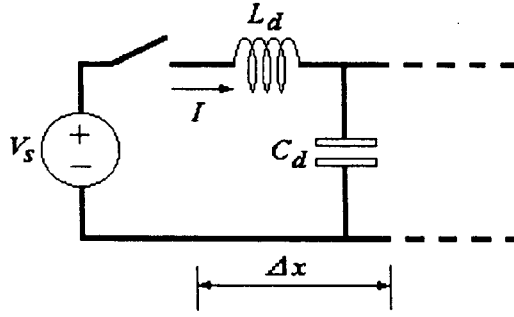


Figura 2.1 - Fonte de tensão ligada à linha de transmissão.

A carga no capacitor é definida por

$$\begin{aligned} q &= CV \\ \text{ou} \\ \Delta q &= C_d \Delta x V_s \end{aligned} \quad (2.1)$$

e a corrente  $I$  será definida pela variação desta carga no tempo, ou

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{C_d \Delta x V_s}{\Delta t} = C_d V_s v \quad (2.2)$$

onde  $v$  é a velocidade de propagação do pulso.

A tensão  $V_s$  pode ser dada pela variação do fluxo, sendo o fluxo o produto da indutância pela corrente:

$$V_s = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{L_d \Delta x}{\Delta t} I = L_d v I \quad (2.3)$$

Substituindo a equação (2.2) na equação (2.3) obtém-se

$$V_s = L_d C_d V_s v^2 \quad (2.4)$$

e finalmente a velocidade de propagação, dada por

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} \quad (2.5)$$

que pode ser substituída na equação (2.2)

$$i = C_d V_S \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} = V_S \frac{1}{\sqrt{\frac{L_d}{C_d}}} \quad (2.6)$$

para se obter a impedância característica da linha, definida pela relação entre a tensão da fonte pela corrente que circula na linha, ou

$$Z_0 = \frac{V_S}{i} = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}} \quad (2.7)$$

Considere-se então um degrau de tensão que se propaga a partir da fonte de corrente contínua em direção à extremidade da linha, que está em aberto, como mostrado na figura 2.2 abaixo.

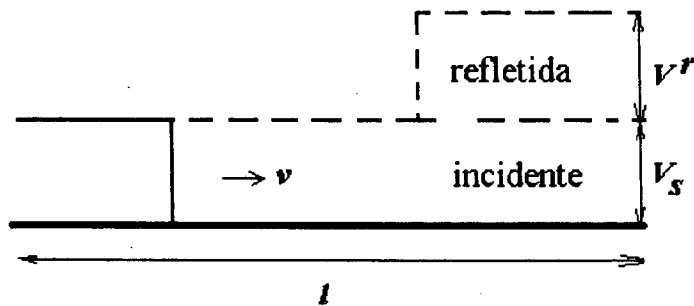


Figura 2.2 - Propagação de onda: incidência e reflexão

Como a linha está em aberto (impedância infinita na extremidade), o coeficiente de reflexão para a tensão incidente ( $V^i$ ) é igual a 1, e a tensão refletida ( $V^r$ ) terá o mesmo valor e polaridade da incidente. Ora, como a linha não tem perdas ( $R=G=0$ ), pode-se afirmar que a tensão incidente  $V^i$  é igual à tensão da fonte  $V_s$ , e também que a tensão refletida  $V^r$  é igual à tensão da fonte  $V_s$ . A corrente incidente  $I^i$  pode ser dada pela relação entre a tensão da fonte pela impedância característica ( $V_s / Z_0$ ), e a corrente refletida é  $I^r = -I^i$ .

Que modelo pode-se aplicar para esta linha com a extremidade em aberto? Um observador colocado na extremidade da linha, ao observá-la, verá uma fonte de tensão igual a duas vezes a tensão incidente  $V^i$  e uma impedância associada, que é a própria impedância característica da linha  $Z_0$ . Este modelo (equivalente de Thévenin) pode ser visto na figura 2.3 abaixo, e representa o comportamento da extremidade da linha [4].

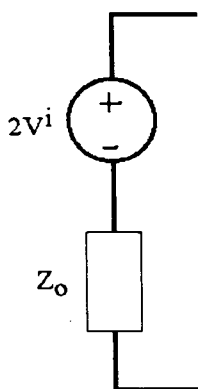
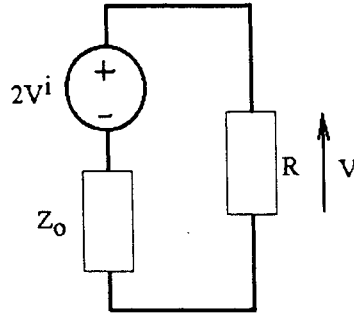


Figura 2.3 - Equivalente de Thévenin da extremidade da linha em aberto.

Se, por exemplo, for conectada a esta extremidade uma carga  $R$ , como na figura 2.4, haverá a circulação de uma corrente e uma tensão  $V$  resultante na carga. A corrente é dada pela relação desta tensão  $V$  pela resistência da carga  $R$ .



**Figura 2.4- Equivalente de Thévenin da extremidade da linha com carga R.**

Aplicando a lei de Kirchhoff no circuito obtém-se

$$2V^i = RI + Z_0 I \quad (2.8)$$

Substituindo a corrente ( $V/R$ ) e desenvolvendo, tem-se

$$V = \frac{R}{R + Z_0} 2V^i \quad (2.9)$$

Para a carga, pode-se ver que a tensão refletida será a tensão  $V$  menos a tensão incidente

$$V^r = V - V^i \quad (2.10)$$

Substituindo então a equação (2.9)

$$V^r = \left( \frac{R - Z_0}{R + Z_0} \right) V^i \quad (2.11)$$

e desta forma pode-se encontrar uma forma de relacionar a tensão refletida com a tensão incidente, que é justamente o **coeficiente de reflexão**, dado por

$$\Gamma = \left( \frac{R - Z_0}{R + Z_0} \right) \quad (2.12)$$

Observa-se que, tendo uma carga de valor infinito ( $R = \infty$ , circuito aberto), o coeficiente de reflexão será igual a 1. No entanto, com a carga se aproximando de zero ( $R = 0$ , curto-circuito), o coeficiente será igual a  $-1$ .

## 2.2 - ANÁLISE DE LINHAS DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA - REGIME PERMANENTE

Considere-se uma linha ideal, sem perdas ( $R = 0$  e  $G = 0$ ), com uma tensão senoidal na fonte, e admitindo que o regime é permanente. O equacionamento desenvolvido anteriormente pode ser novamente aplicado utilizando a Lei de Kirchhoff para as tensões na malha ABCD, conforme se vê na figura 2.5 abaixo.

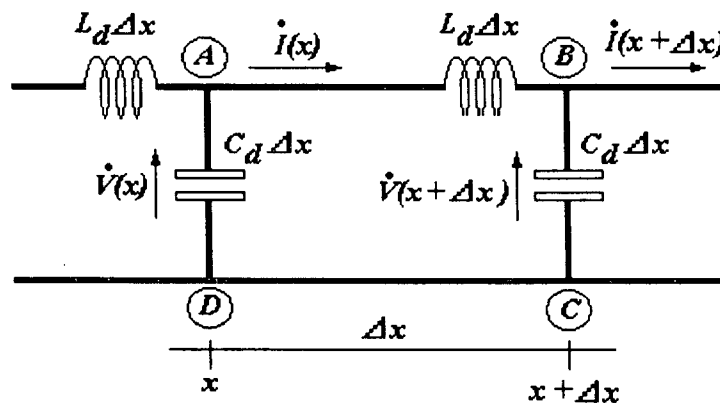


Figura 2.5 - Linha sem perdas com parâmetros distribuídos.

Tem-se então

$$\dot{V}(x) - \dot{I}(x)Z - \dot{V}(x + \Delta x) = 0 \quad (2.13)$$

onde

$$\begin{aligned} Z &= R + j\omega L \\ Z &= j\omega L_d \Delta x \end{aligned} \quad (2.14)$$

(pois  $R = 0$ ). Então

$$\frac{\dot{V}(x) - \dot{V}(x + \Delta x)}{\Delta x} = j\omega L_d \dot{I}(x) \quad (2.15)$$

e para  $\Delta x \rightarrow 0$

$$-\frac{d\dot{V}(x)}{dx} = j\omega L_d \dot{I}(x) \quad (2.16)$$

Aplicando a Lei de Kirchhoff para as correntes em B, de forma semelhante pode-se obter

$$\dot{I}(x) - \dot{I}(x + \Delta x) - \dot{V}(x + \Delta x)Y = 0 \quad (2.17)$$

onde

$$\begin{aligned} Y &= G + j\omega C \\ Y &= j\omega C_d \Delta x \end{aligned} \quad (2.18)$$

(pois  $G = 0$ ). Então

$$\frac{\dot{I}(x) - \dot{I}(x + \Delta x)}{\Delta x} = j\omega C_d \dot{V}(x + \Delta x) \quad (2.19)$$



e para  $\Delta x \rightarrow 0$

$$-\frac{d\dot{I}(x)}{dx} = j\omega C_d \dot{V}(x) \quad (2.20)$$

Derivando a equação (2.16) em relação a  $x$ :

$$-\frac{d^2 \dot{V}(x)}{dx^2} = j\omega L_d \frac{d\dot{I}(x)}{dx} \quad (2.21)$$

e substituindo na equação (2.20)

$$\frac{d^2 \dot{V}(x)}{dx^2} = -\omega^2 L_d C_d \dot{V}(x) \quad (2.22)$$

$$\frac{d^2 \dot{V}(x)}{dx^2} = -\beta^2 \dot{V}(x) \quad (2.23)$$

onde  $\beta$  é a constante de fase, dada por

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\omega}{v} \\ \beta &= \omega \sqrt{L_d C_d} \end{aligned} \quad (2.24)$$

De fato, a tensão (senoidal) num ponto  $x$  qualquer, assim como suas derivadas primeira e segunda são dadas por:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x) &= V_0 e^{j\beta x} \\
\frac{d\dot{V}(x)}{dx} &= j\beta V_0 e^{j\beta x} \\
\frac{d^2\dot{V}(x)}{dx^2} &= -\beta^2 V_0 e^{j\beta x} \\
\frac{d^2\dot{V}(x)}{dx^2} &= -\beta^2 \dot{V}(x)
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Da mesma forma, derivando a equação (2.20) em relação a  $x$ :

$$-\frac{d^2\dot{I}(x)}{dx^2} = j\omega C_d \frac{d\dot{V}(x)}{dx} \tag{2.26}$$

e substituindo a equação (2.16)

$$\frac{d^2\dot{I}(x)}{dx^2} = -\omega^2 L_d C_d \dot{I}(x) \tag{2.27}$$

$$\frac{d^2\dot{I}(x)}{dx^2} = -\beta^2 \dot{I}(x) \tag{2.28}$$

De forma geral pode-se dizer que a tensão em um determinado ponto da linha é dada pela somatória de uma tensão que viaja progressivamente na linha (sentido  $+x$ ), e de outra que viaja no sentido contrário (sentido  $-x$ ). Da mesma forma a corrente em um determinado ponto pode ser dada por esta somatória. Sejam então a tensão e a corrente dadas por [11]

$$\dot{V}(x) = V_A e^{j\beta x} + V_B e^{-j\beta x} \tag{2.29}$$

$$\dot{I}(x) = I_A e^{j\beta x} + I_B e^{-j\beta x} \tag{2.30}$$

Considerando agora uma tensão em um ponto qualquer, num momento qualquer, dada por

$$V(x,t) = \Re \left\{ \dot{V}(x) e^{j\omega t} \right\} \quad (2.31)$$

substituindo (2.29) em (2.31),

$$V(x,t) = \Re \left\{ V_A e^{j(\omega t + \beta x)} + V_B e^{j(\omega t - \beta x)} \right\} \quad (2.32)$$

$$V(x,t) = V_A \cos(\omega t + \beta x) + V_B \cos(\omega t - \beta x) \quad (2.33)$$

considerando determinado  $x$  e determinado  $t$ ,

$$\begin{aligned} \omega t + \beta x &= cte \\ \omega dt + \beta dx &\cong 0 \\ \frac{dx}{dt} &= -\frac{\omega}{\beta} \\ v_A &= -\frac{\omega}{\beta} \end{aligned} \quad (2.34)$$

o que demonstra que o primeiro termo da equação (2.33) está se deslocando para a esquerda (sentido  $-x$ ). Da mesma forma pode-se mostrar que, para o segundo termo,

$$v_B = \frac{\omega}{\beta} \quad (2.35)$$

e o deslocamento é para a direita (sentido  $+x$ ). O sub-índice  $A$  indica então a progressão no sentido  $-x$  e o sub-índice  $B$  indica a progressão no sentido  $+x$ .

Se uma onda está se dirigindo unicamente para a direita, tem-se  $V_A = I_A = 0$ . Substituindo para este caso as expressões de tensão e corrente na equação (2.16), obtém-se

$$-\frac{d(V_B e^{-j\beta x})}{dx} = j\omega L_d I_B e^{-j\beta x}$$

$$j\beta V_B e^{-j\beta x} = j\omega L_d I_B e^{-j\beta x}$$
(2.36)

$$\frac{V_B}{I_B} = \frac{\omega L_d}{\beta} = \frac{\omega L_d}{\omega \sqrt{L_d C_d}}$$

$$\frac{V_B}{I_B} = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}}$$

cujas relação é chamada de impedância característica da linha

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}}$$
(2.37)

e a corrente será

$$I_B = \frac{V_B}{Z_0}$$
(2.38)

Repetindo o procedimento, admitindo uma onda que viaja para a esquerda, pode-se obter

$$I_A = -\frac{V_A}{Z_0}$$
(2.39)

e a partir destes resultados é possível escrever as equações de tensão e corrente para linhas da seguinte forma:

$$\dot{V}(x) = V_A e^{j\beta x} + V_B e^{-j\beta x} \quad (2.40)$$

$$\dot{I}(x) = -\frac{V_A}{Z_0} e^{j\beta x} + \frac{V_B}{Z_0} e^{-j\beta x} \quad (2.41)$$

Para o ponto onde  $x = 0$

$$\dot{V}(0) = V_A + V_B \quad (2.42)$$

$$\dot{I}(0) = -\frac{V_A}{Z_0} + \frac{V_B}{Z_0} \quad (2.43)$$

e através de algumas operações algébricas

$$V_A = \frac{\dot{V}(0) - \dot{I}(0)Z_0}{2} \quad (2.44)$$

$$V_B = \frac{\dot{V}(0) + \dot{I}(0)Z_0}{2} \quad (2.45)$$

Substituindo as equações (2.44) e (2.45) na expressão (2.40), e utilizando as identidades de Euler [4], chega-se finalmente a

$$\dot{V}(x) = \dot{V}(0) \cos \beta x - j\dot{I}(0)Z_0 \sin \beta x \quad (2.46)$$

e para a corrente

$$\dot{I}(x) = -j \frac{\dot{V}(0)}{Z_0} \text{sen } \beta x + \dot{I}(0) \cos \beta x \quad (2.47)$$

Passando para a forma de apresentação matricial

$$\begin{bmatrix} \dot{V}(x) \\ \dot{I}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta x & -jZ_0 \text{sen } \beta x \\ -j \frac{\text{sen } \beta x}{Z_0} & \cos \beta x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}(0) \\ \dot{I}(0) \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Pode-se então inverter a matriz para obter

$$\begin{bmatrix} \dot{V}(0) \\ \dot{I}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta x & jZ_0 \text{sen } \beta x \\ j \frac{\text{sen } \beta x}{Z_0} & \cos \beta x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}(x) \\ \dot{I}(x) \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Igualando  $x$  ao comprimento total da linha ( $x = l$ )

$$\begin{bmatrix} \dot{V}(0) \\ \dot{I}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}(l) \\ \dot{I}(l) \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

A impedância de entrada da linha ( $Z_{in}$ ) pode ser escrita como a relação entre a tensão e a corrente no ponto  $x = 0$ .

$$Z_{in} = \frac{\dot{V}_{(0)}}{\dot{I}_{(0)}} = \frac{A\dot{V}_{(l)} + B\dot{I}_{(l)}}{C\dot{V}_{(l)} + D\dot{I}_{(l)}} \quad (2.51)$$

$$Z_{in} = \frac{AZ_l + B}{CZ_l + D}$$

onde  $Z_l$  é a impedância da carga no final da linha, dada pela relação entre tensão e corrente na carga.

A impedância de entrada será dada então por

$$Z_{in} = \frac{Z_l \cos \beta l + jZ_0 \sin \beta l}{Z_l j \frac{\sin \beta l}{Z_0} + \cos \beta l} \quad (2.52)$$

e finalmente pode-se estabelecer uma relação entre a impedância de entrada e a impedância característica, a partir de dados conhecidos, desenvolvendo (2.52) para obter a expressão

$$\frac{Z_{in}}{Z_0} = \frac{\frac{Z_l}{Z_0} + j \operatorname{tg} \beta l}{1 + j \frac{Z_l}{Z_0} \operatorname{tg} \beta l} \quad (2.53)$$

## 2.3 - CONCLUSÕES

Neste capítulo o estudo de linhas de transmissão permitiu o desenvolvimento das equações no domínio do tempo, bem como no domínio da frequência. A partir destes resultados, aliados aos conceitos teóricos do princípio de Huygens expostos no próximo capítulo, será possível propor o modelo numérico chamado TLM.

## CAPÍTULO 3

### PRINCÍPIO DE HUYGENS

#### 3.1 - CONCEITOS BÁSICOS

No século 17, enquanto Newton propôs para a luz um caráter corpuscular, Christian Huygens (1629-1695) propôs um modelo de irradiação [11] [12]. Este modelo, chamado de princípio de Huygens, diz que cada ponto de uma frente de onda pode ser considerado como a fonte de uma onda esférica secundária. Diversos pontos de uma frente de onda vão gerar diversas ondas esféricas, que se combinam para formar uma nova frente de onda. Se a frente de onda for esférica, sua propagação continuará sendo esférica. Se, no entanto, for um plano infinito, a propagação continuará como uma onda plana, e diversos irradiadores estarão dispostos em pontos regulares (formando uma rede). Este princípio pode ser percebido com clareza no desenho 3.1 abaixo.

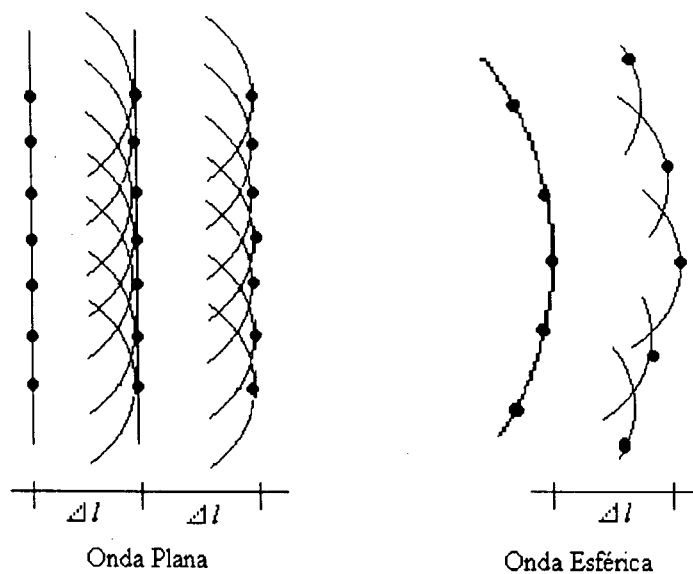


Figura 3.1 - Propagação de onda plana e onda esférica.



Os pontos estão distanciados entre si de uma distância  $\Delta l$ , e em cada ponto há uma fonte irradiadora. A superposição destas irradiações, no sentido da propagação, dá o envoltório resultante de uma nova frente de onda. No caso da onda esférica, quando a distância do centro de irradiação da onda é suficientemente grande, os pontos se aproximam da forma de uma malha quadrada caracterizando uma onda plana.

A propagação da luz se dará na velocidade

$$c = \frac{\Delta l}{\Delta t} \quad (3.1)$$

onde  $\Delta t$  é o intervalo de tempo em que a frente de onda da luz se propaga de um ponto para o ponto seguinte, na distância  $\Delta l$ . Pelo princípio de Huygens a distância  $\Delta l$  é infinitesimal e o modelo então é contínuo. Este princípio é uma teoria escalar, mas aplicável a grandezas vetoriais como campos elétricos e magnéticos.

Esta original idéia de propagação, onde um conjunto de fontes irradiadoras determina outro conjunto de fontes logo adiante, passo a passo, dará o fundamento para desenvolver o método da modelagem por Linhas de Transmissão - TLM, conforme se verá no exemplo mostrado a seguir. Evidentemente os resultados obtidos com o modelo desenvolvido e com o princípio de Huygens são diferentes, pois no caso aqui apresentado serão feitas considerações de reflexões e incidências iterativamente, observando a propagação em todos os sentidos. O princípio de Huygens é um princípio ideal.

### 3.2 - APLICAÇÃO E CONCLUSÕES

Considere-se um impulso unitário incidente em um encontro de várias linhas formando um nó, e a irradiação ocorrida de acordo com o princípio de Huygens [13]. Para isto pode-se acompanhar o desenho da figura 3.2, onde o impulso incidente encontra quatro ramos formando este nó. Os quatro ramos têm iguais características

(iguais impedâncias), e a carga vista pela onda incidente é a combinação paralela de três ramos. A impedância vista pela onda é igual a  $1/3$  da impedância de uma linha.

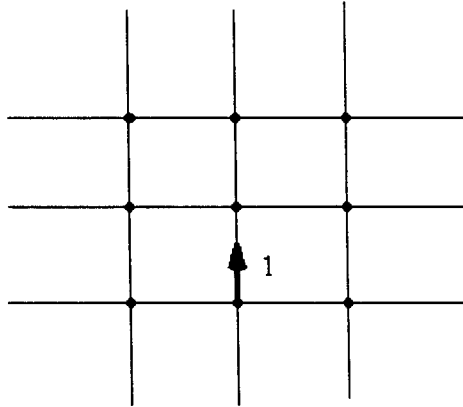


Figura 3.2 - Incidência de um pulso de tensão unitário.

O coeficiente de reflexão é dado por

$$\Gamma = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} \quad (3.2)$$

onde  $Z_0$  é a impedância característica da linha e  $Z_l$  é a impedância da carga (impedância do nó vista pela onda incidente, igual a  $1/3$  de  $Z_0$ ). Obtém-se então

$$\Gamma = -\frac{1}{2} \quad (3.3)$$

e o coeficiente de transmissão é

$$\begin{aligned} T &= 1 + \Gamma \\ T &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

A propagação pode ser vista na figura 3.3 considerando os coeficientes de reflexão e transmissão acima.

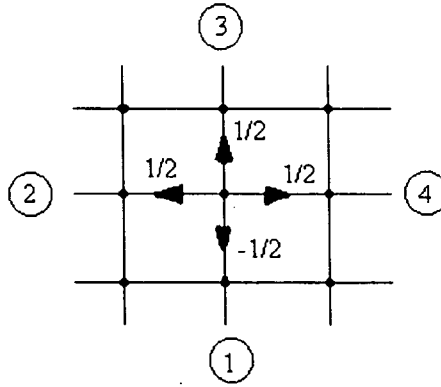


Figura 3.3 - Reflexões a partir de um pulso unitário incidente.

A verificação da conservação de energia para a onda incidente no nó pode ser verificada pelas expressões

$$W_r = W_i \Gamma^2 \quad (3.5)$$

$$W_t = W_i (1 - \Gamma^2) \quad (3.6)$$

onde  $W_i$  é a energia da onda incidente,  $W_r$  é a energia refletida e equivale a  $\frac{1}{4}$  da incidente, e onde  $W_t$  é a energia transmitida e equivale a  $\frac{3}{4}$  da energia incidente, verificando-se então que

$$W_i = W_r + W_t \quad (3.7)$$

comprovando a conservação de  $W_i$ .

Também pode-se comprovar a conservação da carga incidente em relação às refletidas e transmitidas, da seguinte forma:

$$q^i = I^i \Delta t = \frac{1}{Z_0} \Delta t \quad (3.8)$$

$$q^r = I^r \Delta t = \frac{-0,5}{Z_0} \Delta t \quad (3.9)$$

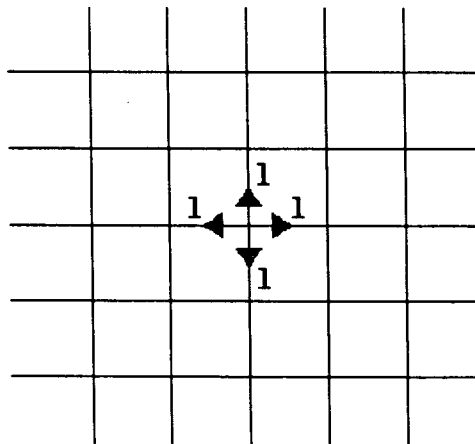
$$q^t = 3I^t \Delta t = 3 \frac{0,5}{Z_0} \Delta t \quad (3.10)$$

onde  $q^i$  é a carga total incidente no ramo,  $q^r$  é a carga total refletida neste ramo,  $q^t$  é a carga total transmitida para os outros ramos,  $I^i$  é a corrente incidente no ramo,  $I^r$  é a corrente refletida no ramo e  $I^t$  é a corrente transmitida para os outros ramos. Verifica-se então que

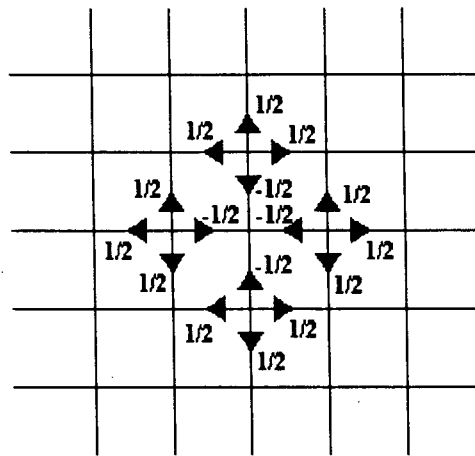
$$q^i = q^r + q^t \quad (3.11)$$

comprovando a conservação da carga incidente  $q^i$ .

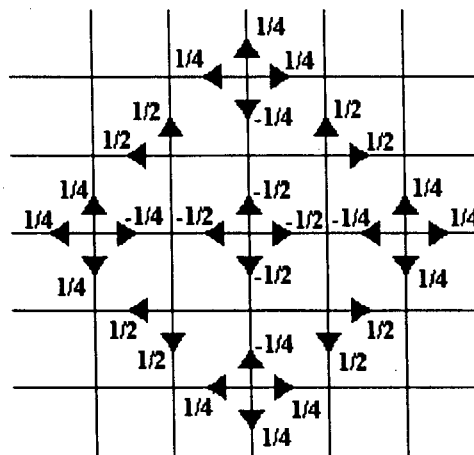
A figura 3.4.a mostra a incidência de um impulso unitário em um nó qualquer no meio da malha de linhas. A partir deste impulso inicial são apresentados em 3.4.b e 3.4.c a primeira e a segunda iterações para incidências e reflexões na propagação deste impulso. O comportamento está de acordo com o princípio de Huygens, porém destaca-se o fato de que a velocidade de propagação nas diagonais é menor do que na horizontal e vertical.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.4 - Impulso unitário inicial e as duas iterações seguintes

No método TLM, ao contrário do princípio de Huygens onde as distâncias são infinitesimais, a dimensão  $\Delta l$  será uma fração do comprimento da onda (aproximadamente  $0,1 \lambda$ ). Esta discretização será necessária para possibilitar o cálculo computacional.

Com a teoria do Princípio de Huygens será possível propor uma modelagem para a propagação de ondas, tendo como base os conhecimentos de circuitos elétricos e linhas de transmissão. Esta modelagem é o tema do próximo capítulo.

## CAPÍTULO 4

### TLM EM UMA DIMENSÃO

#### 4.1 - CARACTERÍSTICAS DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO

Uma linha de transmissão em uma dimensão será caracterizada por um conjunto de componentes ( $R$ ,  $G$ ,  $L$  e  $C$ ) interligados da forma apresentada na figura 4.1 abaixo.

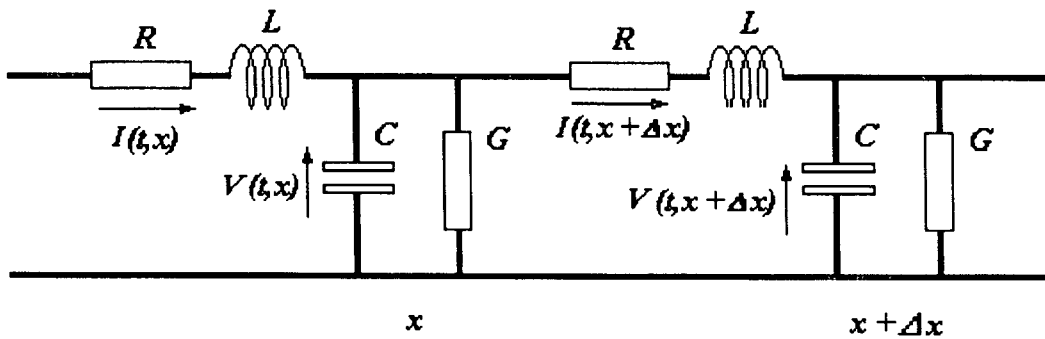


Figura 4.1 - Linha de transmissão com parâmetros distribuídos.

As perdas por seção  $\Delta x$  da linha são representadas pela condutância  $G$  e pela resistência  $R$ . As equações de tensão e corrente pelas leis de Kirchhoff são [14]:

$$V(t, x) - V(t, x + \Delta x) = RI(t, x + \Delta x) + L \frac{d}{dt} I(t, x + \Delta x) \quad (4.1)$$

$$I(t, x) - I(t + \Delta x) = GV(t, x) + C \frac{d}{dt} V(t, x) \quad (4.2)$$

Considerando que no limite  $\Delta x \rightarrow 0$ , para a figura 4.1 pode-se encontrar as expressões:

$$\Delta x \frac{\partial V(t, x)}{\partial x} = -RI(t, x) - L \frac{\partial I(t, x)}{\partial t} \quad (4.3)$$

$$\Delta x \frac{\partial I(t, x)}{\partial x} = -GV(t, x) - C \frac{\partial V(t, x)}{\partial t} \quad (4.4)$$

Diferenciando a equação (4.3) em relação a  $t$ , e a equação (4.4) em relação a  $x$ , obtém-se respectivamente:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial V(t, x)}{\partial x} \right) = -\frac{R}{\Delta x} \frac{\partial I(t, x)}{\partial t} - \frac{L}{\Delta x} \frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial t^2} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial x^2} = -\frac{G}{\Delta x} \frac{\partial V(t, x)}{\partial x} - \frac{C}{\Delta x} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial V(t, x)}{\partial t} \right) \quad (4.6)$$

Isolando na equação (4.6) o termo  $\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial V(t, x)}{\partial t} \right)$  e substituindo adequadamente na equação (4.5), pode-se desenvolver:

$$\frac{\Delta x}{C} \left( \frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial x^2} + \frac{G}{\Delta x} \frac{\partial V(t, x)}{\partial x} \right) = \frac{R}{\Delta x} \frac{\partial I(t, x)}{\partial t} + \frac{L}{\Delta x} \frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial t^2} \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial x^2} = \frac{GR}{\Delta x^2} I(t, x) + \left( \frac{LG + CR}{\Delta x^2} \right) \frac{\partial I(t, x)}{\partial t} + \frac{LC}{\Delta x^2} \frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial t^2} \quad (4.8)$$

De forma análoga, diferenciando (4.3) em relação a  $x$ , e (4.4) em relação a  $t$ , obtém-se respectivamente:

$$\frac{\partial^2 V(t,x)}{\partial x^2} = -\frac{R}{\Delta x} \frac{\partial I(t,x)}{\partial x} - \frac{L}{\Delta x} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial I(t,x)}{\partial t} \right) \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial I(t,x)}{\partial x} \right) = -\frac{G}{\Delta x} \frac{\partial V(t,x)}{\partial t} - \frac{C}{\Delta x} \frac{\partial^2 V(t,x)}{\partial t^2} \quad (4.10)$$

Substituindo adequadamente a equação (4.9) na equação (4.10), pode-se desenvolver finalmente:

$$\frac{\partial^2 V(t,x)}{\partial x^2} = \frac{GR}{\Delta x^2} V(t,x) + \left( \frac{LG + CR}{\Delta x^2} \right) \frac{\partial V(t,x)}{\partial t} + \frac{LC}{\Delta x^2} \frac{\partial^2 V(t,x)}{\partial t^2} \quad (4.11)$$

A impedância característica da linha é dada por (figura 4.2):

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4.13)$$

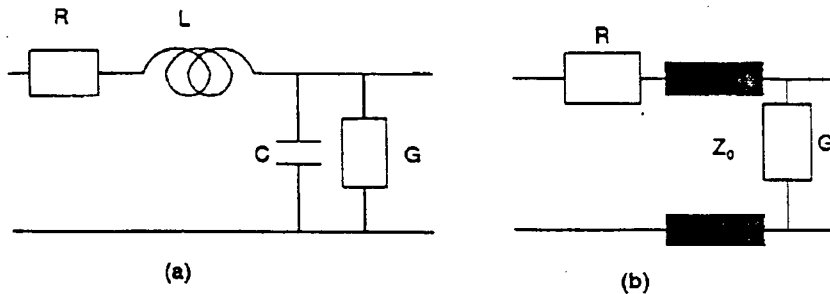


Figura 4.2 - Trecho de linha de transmissão e equivalente.

e a velocidade de propagação nesta linha, que é a velocidade de propagação em cada segmento desde que suas características não se alterem, é dada por

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} \quad (4.14)$$



onde  $L_d$  e  $C_d$  são a indutância e a capacitância por unidade de comprimento. Então:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{\frac{L}{\Delta x} \frac{C}{\Delta x}}} \quad (4.15)$$

$$\Delta t = \sqrt{LC} \quad (4.16)$$

que é o tempo de propagação da onda em cada trecho  $\Delta x$ , e  $L$  e  $C$  são respectivamente a indutância e a capacitância neste trecho.

## 4.2 - MODELAGEM DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO

É possível conhecer em cada ponto de uma linha, em qualquer tempo, mesmo que em pontos diferentes da fonte ou da carga, os níveis de tensão e de corrente. Para isto divide-se a linha em trechos iguais, conforme a figura 4.3. O encontro entre um trecho e outro é chamado de “nó” [3].

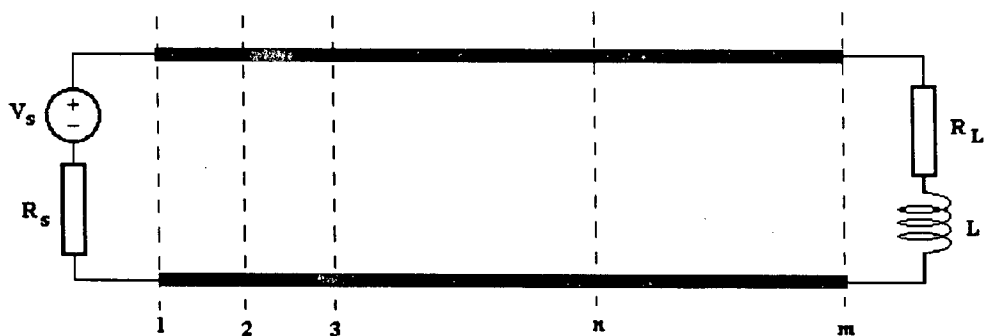


Figura 4.3 - Linha de transmissão com fonte e carga.

A onda é propagada entre um nó e o seguinte com um intervalo de tempo  $\Delta t$ . A partir daí é novamente propagada para o nó mais adiante, seguindo o princípio de Huygens. Cada trecho tem então o comportamento de uma linha independente, que é interligada às linhas adjacentes. O nó é visto como o encontro de duas linhas, e a conexão entre elas é feita de acordo com a incidência e a reflexão das ondas.

Na figura 4.4 é apresentado o nó “n” como o encontro de dois trechos de comprimento  $\Delta x$ , sendo que neste nó há tensões incidentes pelo lado esquerdo e pelo lado direito ( $VE^i$  e  $VD^i$ ), bem como tensões refletidas para a esquerda e para a direita ( $VE^r$  e  $VD^r$ ), para um determinado tempo definido por  $k$ , onde  $k$  é o número de iterações e  $k\Delta t$  é o tempo transcorrido.

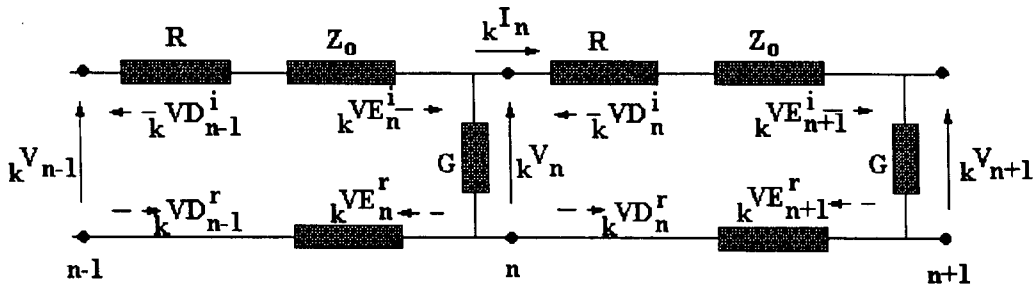


Figura 4.4 - Tensões incidentes e refletidas sobre o nó  $n$ .

Como visto no capítulo 2, pode-se aplicar o equivalente de Thévenin para cada lado do nó “ $n$ ”, considerando as tensões incidentes pela esquerda e pela direita. A figura 4.5 ilustra o equivalente deste nó. Deve-se perceber que as perdas ocasionadas pela resistência da linha e pela sua condutância fazem parte do nó. Neste caso chamamos de tensão à esquerda do nó de  $VE$  e de tensão à direita do nó de  $VD$ , colocando a condutância à esquerda e a resistência à direita. O mesmo desenvolvimento poderia ser feito alterando suas posições.

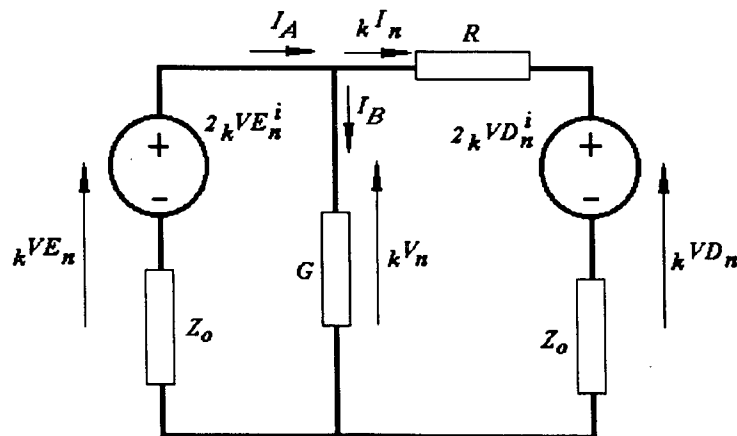


Figura 4.5 - Equivalente para o nó  $n$  de uma linha com perdas.

Para este nó pode-se desenvolver as equações, como segue:

$${}_kV_n = {}_kVE_n \quad (4.17)$$

$${}_kVD_n = 2{}_kVD_n^i + {}_kI_n Z_0 \quad (4.18)$$

$${}_kI_n = \frac{{}_kV_n - 2{}_kVD_n^i}{(R + Z_0)} \quad (4.19)$$

Pelo Teorema de Millman [3] ou por transformação de fontes (ou fazendo as devidas substituições em  $I_A = {}_kI_n + I_B$ ) pode-se obter a seguinte equação para o equivalente da figura 4.5:

$$\frac{{}_kV_n}{Z_0} + G {}_kV_n + \frac{{}_kV_n}{R + Z_0} = \frac{2{}_kVE_n^i}{Z_0} + \frac{2{}_kVD_n^i}{R + Z_0} \quad (4.20)$$

e finalmente, isolando  ${}_kV_n$  :

$${}_kV_n = \frac{\frac{2{}_kVE_n^i}{Z_0} + \frac{2{}_kVD_n^i}{R + Z_0}}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{R + Z_0} + G} \quad (4.21)$$

A relação entre tensões incidentes e refletidas pode ser obtida através da soma de suas parcelas, que é o que determina a tensão total à esquerda e à direita:

$${}_kVE_n = {}_kVE_n^i + {}_kVE_n^r \quad (4.22)$$

$${}_kVD_n = {}_kVD_n^i + {}_kVD_n^r \quad (4.23)$$

e, isolando as respectivas tensões refletidas, obtém-se

$${}_kVE_n^r = {}_kVE_n - {}_kVE_n^i \quad (4.24)$$

$${}_kVD_n^r = {}_kVD_n - {}_kVD_n^i \quad (4.25)$$

Conhecendo-se as tensões refletidas, facilmente pode-se definir as tensões incidentes no momento seguinte, pois a tensão que reflete em um determinado nó, levará exatamente o intervalo de tempo  $\Delta t$  para chegar ao nó adjacente para o qual se dirige. Assim define-se para o momento seguinte,  $k+1$ , as seguintes relações

$${}_{k+1}VE_n^i = {}_kVD_{n-1}^r \quad (4.26)$$

$${}_{k+1}VD_n^i = {}_kVE_{n+1}^r \quad (4.27)$$

e as perdas para cada trecho estarão computadas no cálculo de  ${}_kV_n$ .

A resolução do problema da linha mostrada na figura 4.3 necessita também do equacionamento relativo à fonte de tensão e à carga.

A fonte é conectada ao primeiro nó da linha. Este primeiro nó, portanto, tem em seu lado direito o equivalente relativo à linha, e em seu lado esquerdo a fonte com sua resistência interna. Na figura 4.6 é apresentado o equivalente de Thevenin.

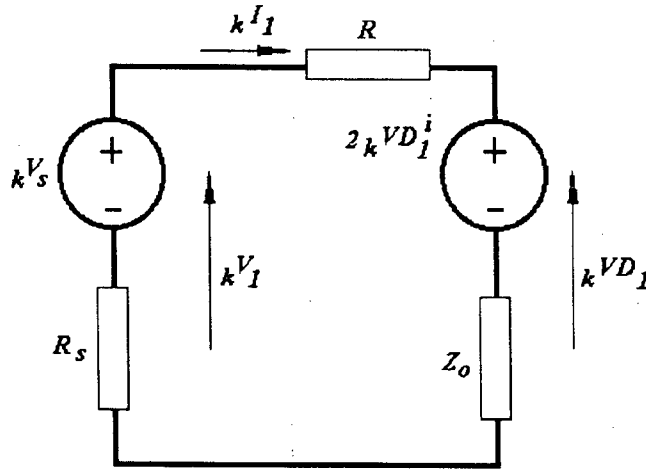


Figura 4.6 - Equivalente para o primeiro nó, junto à fonte.

As equações para este primeiro nó podem ser desenvolvidas facilmente, como o foram para o nó genérico “ $n$ ”. Desta forma as expressões para tensão e corrente do nó, bem como tensões refletidas e incidentes e conexão com o momento seguinte  $k+1$ , são:

$${}_kV_1 = \frac{\frac{V_s}{R_s} + \frac{2{}_kVD_1^i}{R + Z_0}}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{R + Z_0}} \quad (4.28)$$

onde  $V_s$  é a tensão da fonte,

$${}_kI_1 = \frac{{}_kV_1 - 2{}_kVD_1^i}{(R + Z_0)} \quad (4.29)$$

$${}_kVD_1 = 2{}_kVD_1^i + {}_kI_1 Z_0 \quad (4.30)$$

$${}_kVD_1^r = {}_kVD_1 - {}_kVD_1^i \quad (4.31)$$

e finalmente a conexão com o momento seguinte é dada por:

$${}_{k+1}VD_1^i = {}_kVE_2^r \quad (4.32)$$

Quanto à carga, o mesmo procedimento de cálculo será repetido. Porém um tratamento especial deve ser dado à indutância presente na carga, conforme apresentado no exemplo da figura 4.3. Como será visto detalhadamente no próximo capítulo, as indutâncias e capacitâncias presentes na linha devem também ser modeladas para que possam participar do equacionamento do método. A modelagem destes elementos pode ser feita de duas maneiras: através do seu equivalente tipo “stub” ou através do seu equivalente tipo “link”.

O ponto de encontro entre a linha e a carga é o último nó. Na figura 4.7.(a) pode-se ver ligação da linha à carga, e na figura 4.7.(b) o modelo tipo stub para a indutância presente na carga. Note-se que a indutância representará, através da tensão incidente e refletida para seu interior, um intervalo de tempo para resposta do indutor em relação à onda incidente. Este modelo será detalhado no próximo capítulo.

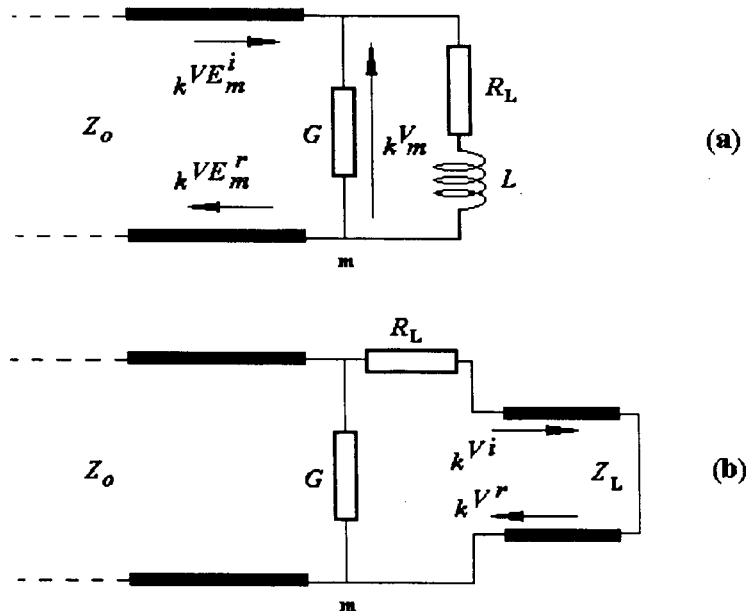


Figura 4.7 - Último nó da linha, junto à carga.

O equivalente de Thevenin para o último nó é apresentado na figura 4.8

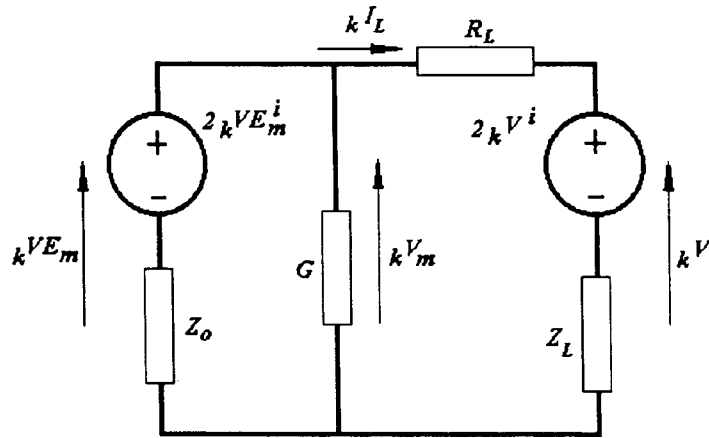


Figura 4.8 - Equivalente de Thévenin do último nó, junto a carga.

As expressões para tensão e corrente do nó  $m$  (último nó) bem como tensões refletidas e incidentes e conexão com o momento seguinte  $k+1$ , são:

$${}_k V_m = \frac{\frac{2{}_k V E_m^i}{Z_0} + \frac{2{}_k V^i}{R_L + Z_L}}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{R_L + Z_L} + G} \quad (4.33)$$

onde  $V^i$  é a tensão incidente vinda da indutância da carga,

$${}_k I_L = \frac{{}_k V_m - 2{}_k V^i}{R_L + Z_L} \quad (4.34)$$

$${}_k V E_m^r = {}_k V E_m - {}_k V E_m^i, \quad (4.35)$$

e a conexão com o momento seguinte é dada por:

$${}_{k+1} V E_m^i = {}_k V D_{m-1}^r \quad (4.36)$$

Porém ainda é necessário definir as tensões que atuam diretamente sobre a indutância da carga. As expressões são:

$${}_kV = 2{}_kV^i + {}_kI_L Z_L \quad (4.37)$$

$${}_kV^r = {}_kV - {}_kV^i \quad (4.38)$$

e a conexão com o momento seguinte é dada por:

$${}_{k+1}V^i = -{}_kV^r \quad (4.39)$$

onde o sinal negativo junto à tensão refletida mostra claramente o curto-circuito existente na extremidade do stub.

### 4.3 - CONCLUSÕES

A partir do equacionamento desenvolvido para a linha exemplo da figura 4.3, é possível desenvolver um modelo genérico para qualquer dimensão de linha a dois condutores, com quaisquer fontes ou cargas, estabelecendo um algoritmo para implementação computacional.

O algoritmo e os resultados obtidos são apresentados no Capítulo 6 deste trabalho.



## CAPÍTULO 5

### MODELAGEM DE ELEMENTOS PASSIVOS

#### 5.1 - INTRODUÇÃO

No método em estudo, a modelagem da propagação de campos elétricos e magnéticos é feita através de analogias com circuitos elétricos de linhas de transmissão. Em circuitos elétricos são utilizadas associações entre elementos passivos tais como resistências elétricas, condutâncias, capacitâncias e indutâncias, bem como suas ligações a fontes, chaves e outros elementos de comportamento não-linear como varistores, termistores e semicondutores em geral [3].

Os principais elementos presentes nas linhas de transmissão são a indutância e a capacitância, responsáveis por variações de tempo na resposta a um sinal. A resistência e a condutância, caracterizadas como ideais no método, não necessitam de modelagem pois são utilizadas diretamente no cálculo para representação das perdas.

Será feita a modelagem de cada elemento separadamente, inicialmente com a discretização espacial do componente, introduzindo-o no modelo geral do método, e posteriormente com sua discretização temporal, fazendo seu ingresso na rotina de cálculo numérico.

Um elemento qualquer presente na linha, seja um indutor ou um capacitor, pode ser modelado de duas formas distintas:

- através de um modelo “link”, ou seja, um modelo de ligação contínua na linha, onde a onda atravessará o elemento num tempo total  $\Delta t$  ;
- através de um modelo “stub”, ou seja, uma derivação protuberante da linha, em que a onda deve penetrar e retornar em um tempo total  $\Delta t$ .

O uso de um ou outro modelo será uma escolha baseada na facilidade ou dificuldade de cálculo correspondente para cada aplicação específica.

## 5.2 - CAPACITÂNCIA

A capacitância pode ser modelada de duas formas distintas: como uma ligação (link) ou como uma derivação (stub).

### 5.2.1 - O MODELO LINK

No modelo link o capacitor está introduzido na linha como um segmento de continuidade. Na figura 5.1 vê-se em (a) o capacitor presente na linha e em (b) o seu modelo link equivalente.

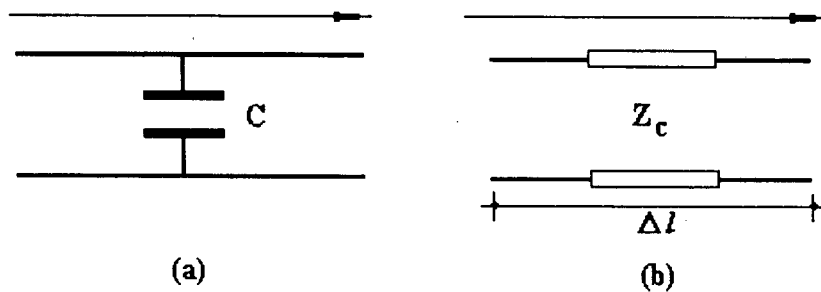


Figura 5.1 - Capacitor (a) na linha e (b) modelo link.

Em uma linha sem perdas os parâmetros são distribuídos ao longo do seu comprimento. A capacitância própria da linha está distribuída em toda a sua extensão  $l$ , assim como a indutância. Desta forma é determinada uma capacitância distribuída  $C_d$ , dada por unidade de comprimento, bem como uma indutância distribuída  $L_d$ .

Se a linha está dividida em pequenos trechos  $\Delta l$ , cujo tempo de propagação da onda é  $\Delta t$ , e sendo  $C$  a capacitância de apenas um trecho, pode-se apresentar a expressão:

$$C = C_d \Delta l \quad (5.1)$$

A velocidade de propagação da onda neste trecho será:

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} \quad (5.2)$$

e isolando  $C_d$  e  $L_d$  obtém-se respectivamente

$$C_d = \frac{1}{L_d} \left( \frac{\Delta t}{\Delta l} \right)^2 \quad (5.3)$$

$$L_d = \frac{1}{C_d} \left( \frac{\Delta t}{\Delta l} \right)^2 \quad (5.4)$$

Com isto pode-se obter a expressão da impedância equivalente para o trecho representado pela capacitância, pois

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}} \quad (5.5)$$

e substituindo em (5.5) a equação (5.4) e depois (5.1), a impedância equivalente para o link será

$$Z_C = \frac{\Delta t}{C} \quad (5.6)$$

Porém nesta expressão está embutido um erro, pois há uma indutância parasita associada à impedância  $Z_C$ . Esta indutância será chamada de indutância de erro,  $L_e$ , e é dada por:

$$L_e = L_d \Delta l \quad (5.7)$$

para o trecho definido para o link.

Substituindo em (5.7) a expressão (5.4) obtém-se o erro da indutância parasita

$$L_e = \frac{\Delta t^2}{C} \quad (5.8)$$

É importante perceber que a expressão (5.8) demonstra o fato de que não há componentes puros na natureza. O melhor capacitor apresenta uma indutância parasita associada, assim como o melhor indutor apresenta uma capacitância parasita. No caso da equação (5.8) verifica-se que o erro é proporcional ao quadrado de  $\Delta t$ . Desta forma a escolha de pequenos intervalos de tempo para cálculo levará a menores erros.

### 5.2.2 - O MODELO STUB

No modelo stub o capacitor está introduzido como uma derivação. Desta forma a onda não o atravessa de forma contínua, porém é obrigada a desviar para seu interior e depois retornar para a linha, utilizando para isto um tempo total  $\Delta t$ . A extremidade do capacitor é representada como um circuito aberto, que a onda atinge em  $\Delta t/2$ , refletindo e retornando então para a linha em outro  $\Delta t/2$ , com um coeficiente de reflexão igual a 1. Na figura 5.2 é apresentado em (a) o capacitor, e em (b) o modelo stub.

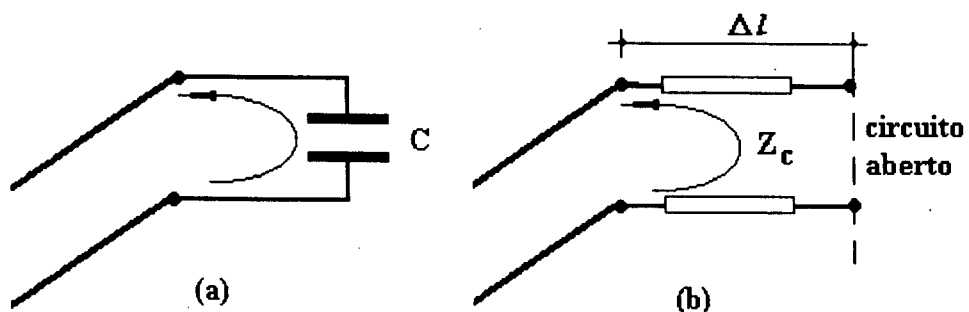


Figura 5.2 - Capacitor (a) na linha e (b) modelo stub.

Neste caso a velocidade de propagação será dada por :

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t / 2} = \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} \quad (5.9)$$

e isolando  $C_d$  e  $L_d$  obtém-se respectivamente

$$C_d = \frac{1}{4L_d} \left( \frac{\Delta t}{\Delta l} \right)^2 \quad (5.10)$$

$$L_d = \frac{1}{4C_d} \left( \frac{\Delta t}{\Delta l} \right)^2 \quad (5.11)$$

A impedância equivalente no modelo stub pode ser encontrada substituindo as expressões (5.11) e depois (5.1) em (5.5), para obter finalmente

$$Z_C = \frac{\Delta t}{2C} \quad (5.12)$$

ou seja, a impedância equivalente  $Z_c$  para a capacitância no modelo stub é a metade daquela  $Z_c$  obtida no modelo link.

O erro associado para o modelo stub será obtido também a partir da equação (5.7), mas desta vez substituindo nela a expressão (5.11) para obter:

$$L_e = \frac{\Delta t^2}{4C} \quad (5.13)$$

que é o erro da indutância parasita  $L_e$  quatro vezes menor que a encontrada no modelo link. Com certeza este resultado conduzirá a uma preferência pelo uso do modelo stub no caso do capacitor.

No domínio da frequência pode-se verificar o erro do modelo stub utilizando a equação (2.53), desenvolvida no capítulo 2, onde a impedância  $Z_l$  é infinita (circuito aberto) e  $Z_0$  é a própria impedância  $Z_C$  do capacitor. Então:

$$Z_{in} = \frac{Z_C}{j \operatorname{tg} \beta l} \quad (5.14)$$

mas

$$\beta l = \frac{\omega \Delta t}{2} \quad (5.15)$$

Substituindo (5.15) e (5.12) em (5.14), tem-se

$$Z_{in} = \frac{\Delta t}{j 2 C \operatorname{tg} \left( \frac{\omega \Delta t}{2} \right)} \quad (5.16)$$

e a admitância de entrada para o modelo stub do capacitor é:

$$Y_{in} = j \frac{2C}{\Delta t} \operatorname{tg} \left( \frac{\omega \Delta t}{2} \right) \cong j \frac{2C}{\Delta t} \left[ \frac{\omega \Delta t}{2} + \frac{1}{3} \left( \frac{\omega \Delta t}{2} \right)^3 + \dots \right] \quad (5.17)$$

$$Y_{in} \cong j \omega C + j \frac{C \omega^3 (\Delta t)^2}{12} + \dots \quad (5.18)$$

através da expansão em série.

O erro na admitância é da ordem de  $(\Delta t)^2$  e cresce também com o acréscimo da frequência. Para diminuir o erro no modelo deve-se então reduzir o intervalo  $\Delta t$ , o que, evidentemente, demandará maior esforço computacional.

### 5.3 - INDUTÂNCIA

De forma equivalente à capacitância, a indutância também pode ser modelada de duas formas distintas: como uma ligação (link) ou como uma derivação (stub).

#### 5.3.1 - O MODELO LINK

No modelo link o indutor está introduzido na linha como um segmento de continuidade. Na figura 5.3 pode-se ver o indutor na linha (a) e seu equivalente tipo link (b).

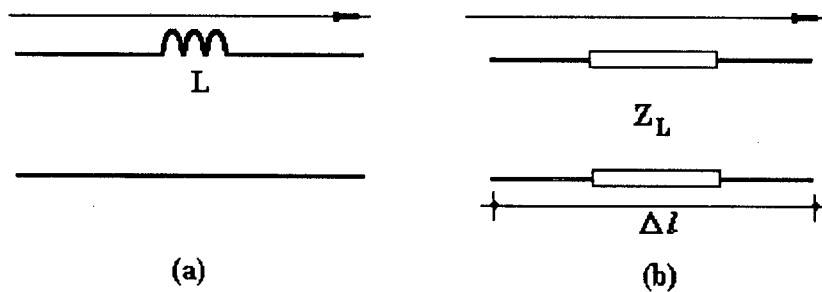


Figura 5.3 - Indutor (a) na linha e (b) modelo link.

Da mesma forma que no desenvolvimento feito para a capacitância, serão utilizados os parâmetros distribuídos da linha,  $C_d$  e  $L_d$ . Se a linha está dividida em pequenos trechos  $\Delta l$ , cujo tempo de propagação da onda é  $\Delta t$ , e sendo  $L$  a indutância de apenas um trecho, pode-se apresentar a expressão:

$$L = L_d \Delta l \quad (5.19)$$

Novamente a velocidade de propagação da onda no trecho é apresentada pela equação

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} \quad (5.20)$$

e também

$$C_d = \frac{1}{L_d} \left( \frac{\Delta t}{\Delta l} \right)^2 \quad (5.21)$$

$$L_d = \frac{1}{C_d} \left( \frac{\Delta t}{\Delta l} \right)^2 \quad (5.22)$$

A expressão da impedância equivalente para o trecho representado pela indutância pode ser obtida substituindo (5.21) e depois (5.19) na expressão (5.5) para chegar a:

$$Z_L = \frac{L}{\Delta t} \quad (5.23)$$

O erro associado à capacitância parasita do indutor pode ser determinado por

$$C_e = C_d \Delta l \quad (5.24)$$

Substituindo em (5.24) a expressão (5.21) obtém-se o erro da capacitância parasita

$$C_e = \frac{\Delta t^2}{L} \quad (5.25)$$

Como no caso do modelo link para o capacitor, aqui também verifica-se que o erro é proporcional ao quadrado de  $\Delta t$ , implicando na escolha de pequenos intervalos de tempo para que se obtenha menores erros.

Sempre é importante observar que o erro, que é um erro do modelo apresentado, corresponde à real existência das capacitâncias parasitas no indutor, como também, por outro lado, das indutâncias parasitas no capacitor.



### 5.3.2 - O MODELO STUB

Assim como no caso do capacitor, no modelo stub o indutor também está introduzido como uma derivação. Da mesma forma a onda não o atravessa de forma contínua, porém é obrigada a desviar para seu interior e depois retornar para a linha, utilizando para isto um tempo total  $\Delta t$ . Porém, diferentemente, a extremidade do indutor é representada como um circuito fechado, um curto-circuito dos terminais que a onda atinge em  $\Delta t/2$ , refletindo e retornando então para a linha em outro  $\Delta t/2$  com um coeficiente de reflexão igual a -1.

Na figura 5.4 pode-se ver o indutor na linha (a) e seu equivalente tipo stub (b).

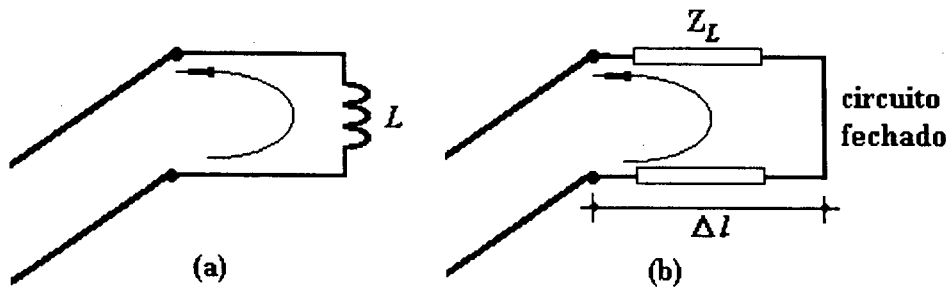


Figura 5.4 - Indutor (a) na linha e (b) modelo stub.

O procedimento para análise do indutor tipo stub é equivalente ao utilizado para o caso do capacitor. A velocidade de propagação será dada por

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t / 2} = \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} \quad (5.26)$$

e isolando  $C_d$  e  $L_d$  obtém-se novamente

$$C_d = \frac{1}{4L_d} \left( \frac{\Delta t}{\Delta l} \right)^2 \quad (5.27)$$

$$L_d = \frac{1}{4C_d} \left( \frac{\Delta t}{\Delta l} \right)^2 \quad (5.28)$$

A impedância equivalente no modelo stub pode ser encontrada substituindo as expressões (5.27) e depois (5.19) em (5.5), para obter finalmente

$$Z_L = \frac{2L}{\Delta t} \quad (5.29)$$

ou seja, a impedância equivalente  $Z_L$  para a indutância no modelo stub é o dobro daquela  $Z_L$  obtida no modelo link.

O erro associado para o modelo stub será obtido também a partir da equação (5.24), mas desta vez substituindo nela a expressão (5.27) para obter:

$$C_e = \frac{\Delta t^2}{4L} \quad (5.30)$$

que é o erro da capacitância parasita  $C_e$  do indutor, quatro vezes menor que o erro encontrado no modelo link. Este resultado é análogo ao obtido no caso do modelo stub do capacitor, e também conduz a uma preferência pelo uso do modelo stub no caso do indutor.

No domínio da frequência pode-se verificar o erro do modelo stub utilizando a equação (2.53), desenvolvida no capítulo 2, onde a impedância  $Z_l$  é nula (curto-circuito) e  $Z_0$  é a própria impedância  $Z_L$  do indutor. Então:

$$Z_{in} = jZ_L \operatorname{tg} \beta \quad (5.31)$$

Substituindo as expressões (5.15) e (5.29) em (5.31), tem-se

$$Z_{in} = j \frac{2L}{\Delta t} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega \Delta t}{2}\right) \cong j \frac{2L}{\Delta t} \left[ \frac{\omega \Delta t}{2} + \frac{1}{3} \left( \frac{\omega \Delta t}{2} \right)^3 + \dots \right] \quad (5.32)$$

$$Z_{in} \cong j\omega L + j \frac{\omega^3 L (\Delta t)^2}{12} + \dots \quad (5.33)$$

O erro na impedância de entrada para o stub é da ordem de  $(\Delta t)^2$  e cresce também com o acréscimo da frequência, como foi visto anteriormente para o caso da admitância no modelo stub do capacitor.

## 5.4 - CONCLUSÕES

Os modelos de elementos passivos tipo indutor e capacitor foram apresentados. Estes modelos serão utilizados para definir componentes em circuitos, como na aplicação de filtros capacitivos.

No Capítulo 6 é apresentada a implementação de programa utilizando o método TLM, assim como aplicações específicas na área de estudos da Compatibilidade Eletromagnética.

## **CAPÍTULO 6**

### **APLICAÇÕES EM COMPATIBILIDADE ELETROMAGNÉTICA**

#### **6.1 - INTRODUÇÃO**

Os estudos sobre Compatibilidade Eletromagnética (EMC - Electromagnetic Compatibility) não são uma área recente da engenharia. Desde que se começou a fazer uso da eletricidade houve a percepção dos efeitos indesejados relacionados aos campos eletromagnéticos. E imediatamente surgiu a preocupação em evitar tais efeitos [15].

O uso de radiodifusão veio para fortalecer esta preocupação, pois neste tipo de transmissão os efeitos indesejáveis são perceptíveis não só pelos técnicos especializados, mas também pelos usuários comuns [16].

O advento da eletrônica e sua vertiginosa proliferação nos últimos anos, trouxe o problema da compatibilidade eletromagnética para o dia a dia. Hoje está em cada indústria, cada edifício, cada residência, cada pequeno objeto de uso produtivo ou de entretenimento. Mas a era da eletrônica está se transformando em um subconjunto da era da informação, onde todos os processos são trocas de dados que exigem performances altíssimas e segurança total. Transmissão digital, microondas, transmissão ótica, enormes redes de computadores e de equipamentos com processamento integrado. Este é o cenário atual, cujo processo de transformação e aprofundamento é inexorável.

O eletromagnetismo é sem dúvida a base física deste sistema tecnológico. O convívio eficaz dos diversos subsistemas depende completamente da qualidade do conjunto, que envolve o controle dos efeitos indesejáveis, tanto a nível dos causadores de tais efeitos, quanto do grau de susceptibilidade que se tem a eles.

O uso da modelagem numérica em eletromagnetismo traz ferramentas importantes de análise deste tipo de fenômeno. Os métodos numéricos, que também crescem de

importância devido a capacidade de cálculo dos modernos computadores, permitem rápidas prospecções, anteriores ao experimentos de laboratório, reduzindo custos e acelerando a tomada de decisões e o rumo das pesquisas científicas.

Métodos numéricos no Domínio do Tempo, como o TLM, são fundamentais em estudos de compatibilidade eletromagnética, pois a maioria dos problemas está relacionada a fenômenos transitórios e de alta frequência.

A aplicação do método TLM na análise e controle de interferências eletromagnéticas é objeto deste capítulo, onde será dada ênfase às interferências conduzidas em linhas de transmissão a dois condutores.

## 6.2 - COMPATIBILIDADE ELETROMAGNÉTICA

Compatibilidade Eletromagnética (EMC - Electromagnetic Compatibility) pode ser definida como a capacidade de um produto, equipamento ou sistema de funcionar satisfatoriamente em um determinado ambiente eletromagnético, sem introduzir distúrbios eletromagnéticos intolerantes a outros produtos, equipamentos ou sistemas neste mesmo ambiente. Ou seja, em primeiro lugar deve ser capaz de funcionar bem e em segundo lugar não deve interferir eletromagneticamente em sua vizinhança.

Existe a necessidade da Compatibilidade Eletromagnética porque existe a Interferência Eletromagnética (EMI - Electromagnetic Interference). São conceitos interdependentes. A estes conceitos devem ser incluídos os de emissão eletromagnética (EME - Electromagnetic Emission) e o de Susceptibilidade Eletromagnética (EMS - Electromagnetic Susceptibility). A emissão é a característica do equipamento ou sistema de emitir sinais eletromagnéticos, tanto para dentro da sua própria estrutura (intra-sistemas) como para o ambiente do entorno (inter-sistemas). A susceptibilidade é a característica da recepção deste tipo de sinais, estando o sistema sujeito a alterações do seu funcionamento devido a interação entre a interferência externa e o seu modo próprio de ação. Porém susceptibilidade não significa imunidade, que é a característica de um equipamento de estar totalmente imune a um tipo específico de interferência.

A definição de condições preestabelecidas de convivência entre os diversos sistemas (inter-sistemas ou intra-sistemas) faz parte hoje de um conjunto de normas internacionais, que regulam tanto o nível aceitável de emissões eletromagnéticas quanto do nível aceitável das susceptibilidades. A adequação a estas condições pode originar ambientes eletromagneticamente compatíveis, o que não quer dizer que sejam ambientes eletromagneticamente despoluídos.

### 6.3 - INTERFERÊNCIA ELETROMAGNÉTICA

A interferência eletromagnética ocorre basicamente quando há o envolvimento de uma fonte de interferências, um receptor de interferências e um caminho de acoplamento entre a fonte e o receptor [16] [17]. Esta estrutura básica permite uma visualização abrangente dos problemas de interferência e das formas de atuação para seu controle e compatibilização. A figura 6.1 mostra este diagrama simplificado.

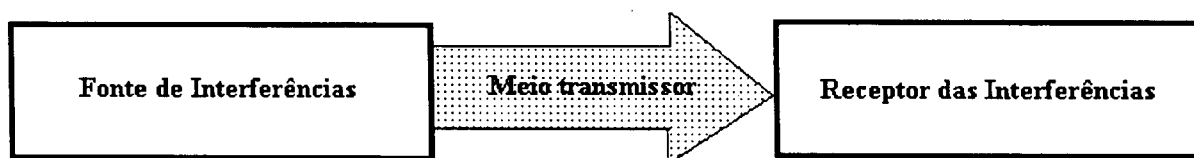


Figura 6.1 - Esquema simplificado para interferências eletromagnéticas.

Pode-se atuar de três formas no controle e compatibilização das interferências em um ambiente, nesta ordem: eliminar as interferências junto à fonte, no meio transmissor e junto ao receptor.

Quando possível deve-se procurar formas de eliminar as interferências junto à sua fonte, cujo centro irradiador afeta não só um receptor específico mas todo o ambiente ao redor. Pode-se eliminar a própria fonte, seja afastando-a, substituindo equipamentos, utilizando-se de filtros de saída, blindagens e outros dispositivos supressores, ou alterando o próprio projeto interno dos circuitos e componentes de um equipamento.

Se não é possível eliminar a fonte, a segunda alternativa é a atuação junto ao meio transmissor. Quanto ao meio as interferências se dividem em dois grupos distintos:

interferências irradiadas (ondas eletromagnéticas pelo espaço) e conduzidas (através de meios condutores, como cabos ou “terra” por exemplo). Nestes casos tem-se as alternativas de simples afastamento dos equipamentos, blindagens contra interferências irradiadas e diversos tipos de supressores e filtros para interferências conduzidas.

Por fim e como última alternativa está a eliminação das interferências junto ao receptor. Ao projetar um equipamento sabe-se de que tipo de interferências ele será uma fonte, mas não é possível saber a que tipo de interferências externas ele estará sujeito quando em uso. Desta forma o controle de EMI junto ao receptor é mais difícil e partirá de um estudo do ambiente, dos ruídos existentes e de um conjunto de aplicações tais como disposição física dos equipamentos, filtros e supressores, blindagem, etc.

No gráfico da figura 6.2 é apresentada uma relação entre custos e tempo de desenvolvimento de produtos eletrônicos [15]. A curva ① mostra o desenvolvimento de produtos onde a preocupação com EMC e suas normas regulamentadoras está presente desde o início das pesquisas, acompanhando todo o processo de projetos, testes, produção e aplicação em campo. Ao contrário, a curva ② mostra um desenvolvimento onde a preocupação com EMC está presente apenas nas etapas finais, especialmente no momento da aplicação, onde na verdade os custos são imprevisíveis.

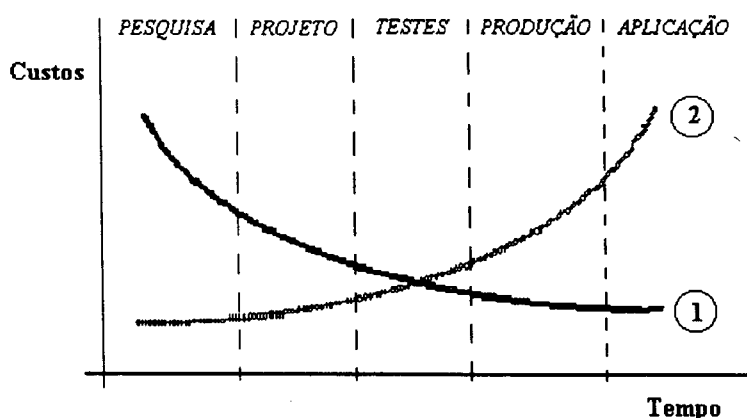


Figura 6.2 - Gráfico de custos para o desenvolvimento de produtos com preocupação em EMC.

Estas curvas representam não só o desenvolvimento de produtos eletrônicos, mas toda implantação de sistemas onde EMC é necessária. Hoje não é possível nenhum tipo de projeto que não integre em suas constituintes técnicas a área de conhecimento da compatibilidade eletromagnética.

Um diagrama detalhado das formas de interferência é apresentado na figura 6.3.

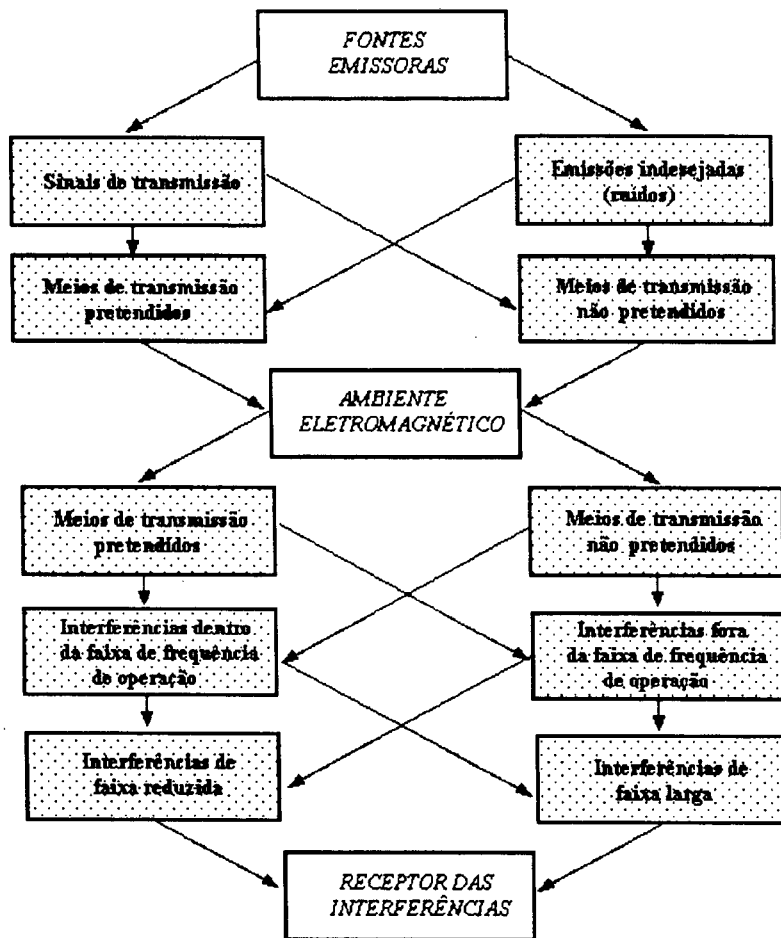


Figura 6.3 - Esquema detalhado para interferências eletromagnéticas.

Percebe-se que o caminho direto entre a fonte e o receptor na verdade é dividido em uma série maior de possibilidades, que inclusive interagem entre si. Os estudos sobre interferências eletromagnéticas devem estar voltados a todas essas possibilidades, para que se possa fazer a escolha mais viável de controle e compatibilização de sistemas [16].

#### 6.4 - USO DO MÉTODO TLM

O método numérico da modelagem por linhas de transmissão (TLM) é bastante apropriado para estudos de interferência (EMI) e compatibilidade eletromagnética



(EMC) [18]. Por ser um método diferencial no domínio do tempo, a análise de transientes pode ser feita com modelos de rápida aplicação.

Este trabalho desenvolveu estudo sobre meios de transmissão para interferências conduzidas, especificamente linhas de transmissão a dois condutores para altas frequências e sinais digitais, considerando a escolha de filtros e supressores adequados para o nível do sinal interferente que chega ao receptor. Para isto foi feita a implementação de código computacional com FORTRAN, utilizando o equacionamento desenvolvido no *Capítulo 4 - TLM Em Uma Dimensão*. Este código foi denominado **LTDT** (Linhas de Transmissão no Domínio do Tempo)<sup>1</sup> e está apresentado em anexo a este trabalho.

#### 6.4.1 - MODELAGEM DA LINHA

Uma linha de transmissão a dois condutores foi modelada como o meio acoplador, considerando-se em uma extremidade uma fonte interferente e na extremidade oposta o receptor das interferências [3]. Na modelagem a fonte das interferências é uma fonte de tensão com uma resistência interna, o receptor é uma carga resistiva que pode ter também uma componente indutiva, e o meio de transmissão é uma associação de  $n$  nós unidimensionais, como se vê na figura 6.4.

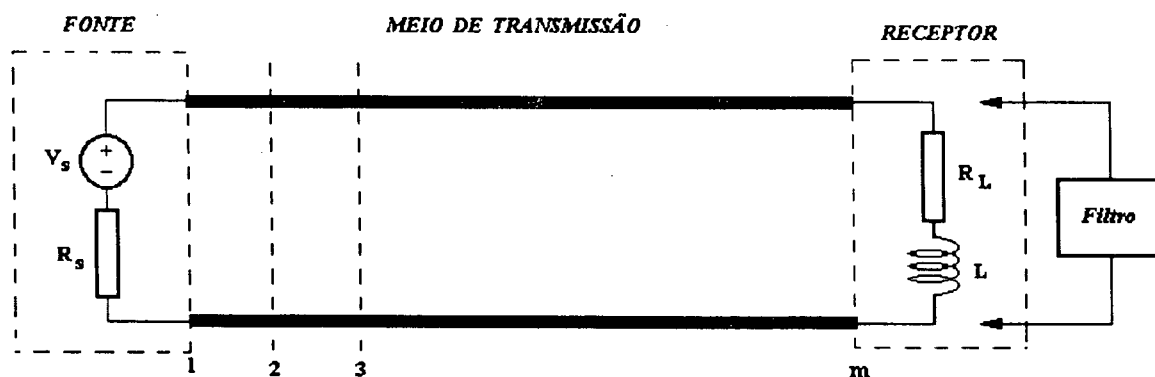


Figura 6.4 - Linha de transmissão com fonte, carga e filtro.

<sup>1</sup> Desenvolvido em conjunto com o doutorando Golberi de Salvador Ferreira.

Neste caso admite-se a impossibilidade de controle da interferência junto à fonte, que pode ser um pulso de tensão originado por uma descarga atmosférica, o chaveamento distante na linha ou diversas outras causas. Assim a filtragem da interferência deverá ser feita junto ao receptor, a partir dos dados obtidos pelo programa referentes aos níveis de sinal resultantes no último nó.

Conforme visto no Capítulo 4, existem três tipos de nó nesta linha: o primeiro nó, ligado à fonte; o último nó, ligado ao receptor; e o nó intermediário, desde o segundo até o penúltimo. As equações desenvolvidas para estes três casos, de acordo com os equivalentes de Thévenin anteriormente vistos, são:

- para o nó junto à fonte

$${}_kV_1 = \frac{\frac{V_s}{R_s} + \frac{2{}_kVD_1^i}{R + Z_0}}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{R + Z_0}} \quad (6.1)$$

$${}_kI_1 = \frac{{}_kV_1 - 2{}_kVD_1^i}{(R + Z_0)} \quad (6.2)$$

$${}_kVD_1 = 2{}_kVD_1^i + {}_kI_1Z_0 \quad (6.3)$$

$${}_kVD_1^r = {}_kVD_1 - {}_kVD_1^i \quad (6.4)$$

$${}_{k+1}VD_1^i = {}_kVE_2^r \quad (6.5)$$

- para o nó  $n$  intermediário

$${}_k V_n = \frac{\frac{2{}_k V E_n^i}{Z_0} + \frac{2{}_k V D_n^i}{R + Z_0}}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{R + Z_0} + G} \quad (6.6)$$

$${}_k I_n = \frac{{}_k V_n - 2{}_k V D_n^i}{(R + Z_0)} \quad (6.7)$$

$${}_k V_n = {}_k V E_n \quad (6.8)$$

$${}_k V D_n = 2{}_k V D_n^i + {}_k I_n Z_0 \quad (6.9)$$

$${}_k V E_n^r = {}_k V E_n - {}_k V E_n^i \quad (6.10)$$

$${}_k V D_n^r = {}_k V D_n - {}_k V D_n^i \quad (6.11)$$

$${}_{k+1} V E_n^i = {}_k V D_{n-1}^r \quad (6.12)$$

$${}_{k+1} V D_n^i = {}_k V E_{n+1}^r \quad (6.13)$$

- para o último nó (aqui chamado  $m$ )

$${}_k V_m = \frac{\frac{2{}_k V E_m^i}{Z_0} + \frac{2{}_k V^i}{R_L + Z_L}}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{R_L + Z_L} + G} \quad (6.14)$$

$${}_k I_L = \frac{{}_k V_m - 2{}_k V^i}{R_L + Z_L} \quad (6.15)$$

$${}_kVE_m^r = {}_kVE_m - {}_kVE_m^i \quad (6.16)$$

$${}_{k+1}VE_m^i = {}_kVD_{m-1}^r \quad (6.17)$$

$${}_kV = 2{}_kV^i + {}_kI_L Z_L \quad (6.18)$$

$${}_kV^r = {}_kV - {}_kV^i \quad (6.19)$$

$${}_{k+1}V^i = -{}_kV^r \quad (6.20)$$

onde

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6.21)$$

Com estas equações foi escrito o programa para análise do comportamento da linha, sendo possível verificar os níveis de tensão e corrente em qualquer ponto da linha (qualquer nó) a qualquer tempo (qualquer  $k\Delta t$ ), considerando fontes variadas tais como degrau de tensão, surto atmosférico (onda  $1,2 \times 50 \mu s$ ), surto de manobra (onda  $250 \times 2500 \mu s$ ), onda quadrada, onda senoidal, impulso ou quaisquer outras configurações que se desejar. O diagrama em blocos do programa está apresentado na figura 6.5, cujo código completo é anexo a este trabalho.

De posse dos dados solicitados, o programa inicialmente calcula as tensões e correntes em todos os nós, considerando na primeira iteração todas as tensões incidentes nulas, e os valores obtidos são armazenados em um arquivo de dados. Então são calculadas as tensões refletidas à direita e à esquerda para todos os nós. A passagem para o momento seguinte,  $k+1$ , é feita com uma conexão para as novas tensões incidentes, e a partir daí o processo de cálculo se reinicia por tantas iterações quantas se queira.

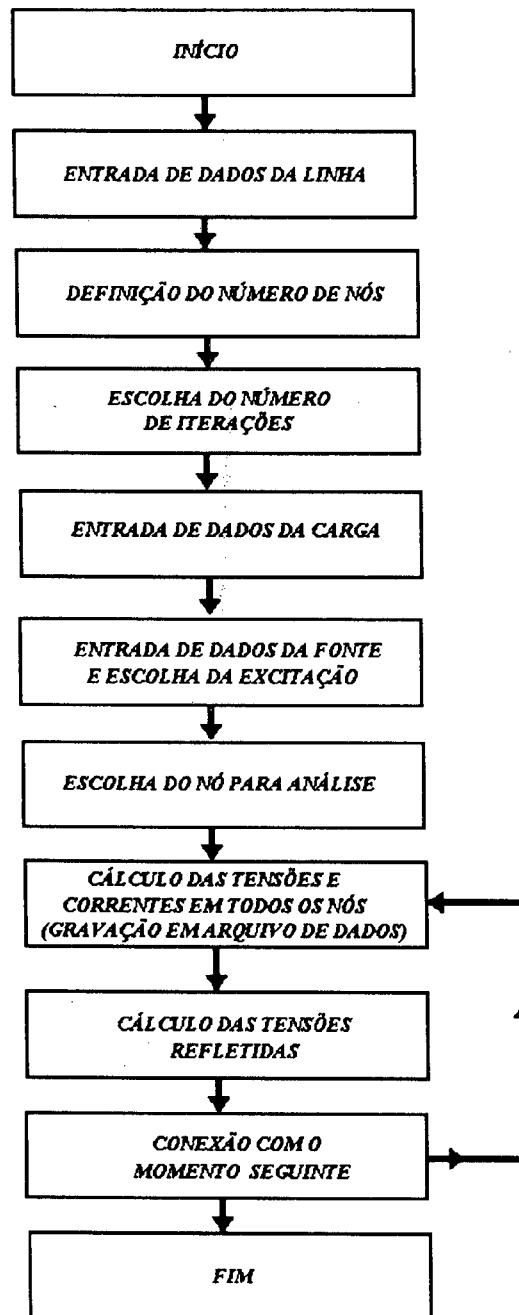


Figura 6.5 - Algoritmo do programa LTDT.

#### 6.4.2 - MODELAGEM DO FILTRO

A introdução de um filtro supressor junto ao receptor deve ser capaz de trazer para limites suportáveis de segurança ou qualidade de sinal o funcionamento do equipamento receptor da interferência.

Neste trabalho foi feita a modelagem de um filtro capacitivo colocado em paralelo com a carga, conforme mostrado na figura 6.6. Este filtro é constituído de um capacitor, onde foram desprezadas a indutância parasita e as perdas.

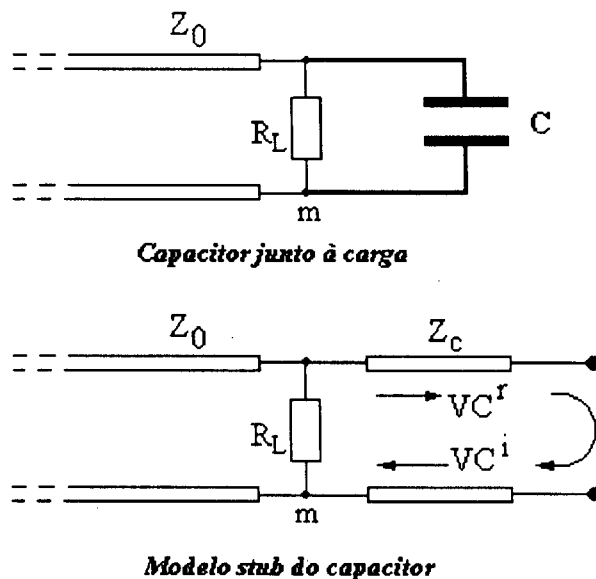


Figura 6.6 - Filtro capacitivo e seu equivalente.

Considerando que a linha não tem perdas por condutância e que a carga é puramente resistiva, tem-se o equivalente para o último nó apresentado na figura 6.7 abaixo.

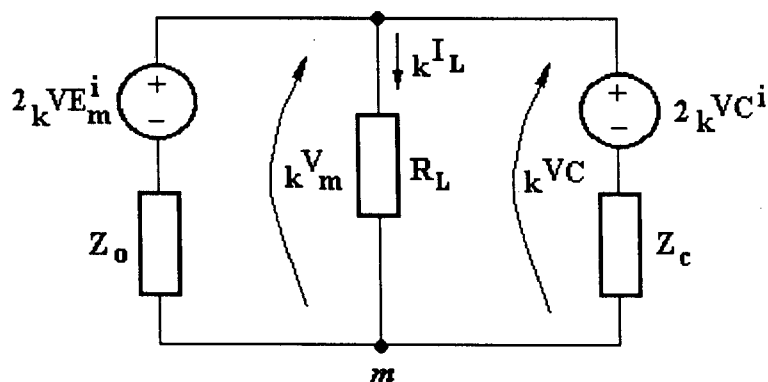


Figura 6.7 - Equivalente de Thévenin do último nó, com filtro capacitivo.

Podem então ser deduzidas as equações de tensão e corrente do último nó:

$${}_kV_m = \frac{\frac{2{}_kVE_m^i}{Z_0} + \frac{2{}_kVC^i}{Z_C}}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{R_L} + \frac{1}{Z_C}} \quad (6.22)$$

$${}_kI_L = \frac{{}_kV_m}{R_L} \quad (6.23)$$

$${}_kV_m = {}_kVC \quad (6.24)$$

onde, para o modelo stub do capacitor, a impedância  $Z_C$  é dada por

$$Z_C = \frac{\Delta t}{2C} \quad (6.25)$$

As reflexões do nó para a esquerda e para o capacitor serão

$${}_kVE_m^r = {}_kV_m - {}_kVE_m^i \quad (6.26)$$

$${}_kVC^r = {}_kVC - {}_kVC^i \quad (6.27)$$

e a conexão com o momento seguinte

$${}_{k+1}VE_m^i = {}_kVD_{m-1}^r \quad (6.28)$$

$${}_{k+1}VC^i = {}_kVC^r \quad (6.29)$$

pois na extremidade do capacitor stub há um circuito aberto, com coeficiente de reflexão positivo e igual a 1.

O equacionamento obtido para uso de capacitor junto à carga deverá substituir no cálculo do programa as equações (6.14) até (6.20) desenvolvidas anteriormente, quando a carga era constituída apenas de um resistência e um indutor em série, conforme figura 6.4.

## 6.5 - RESULTADOS OBTIDOS E VALIDAÇÃO

### 6.5.1 - DEGRAU DE TENSÃO

Com o desenvolvimento de um código a partir do equacionamento para linhas usando TLM unidimensional, conforme descrito no início deste capítulo, pode-se fazer a análise de transitórios ocorridos tanto na origem (emissor) quanto na carga (receptor). A verificação inicial dos resultados partiu de uma comparação com dados existentes, resultados analíticos e experimentais.

Utilizando-se de um caso existente na literatura [15] onde é feita a aplicação de um degrau de tensão em uma linha sem perdas com carga resistiva, foi feito teste inicial com o programa LTDT para sua validação. Os resultados analíticos bem como resultados do programa SPICE (*software* para análise de circuitos) são comparados aos obtidos com o LTDT. Os dados da linha, fonte e carga, bem como número de nós e iterações são:

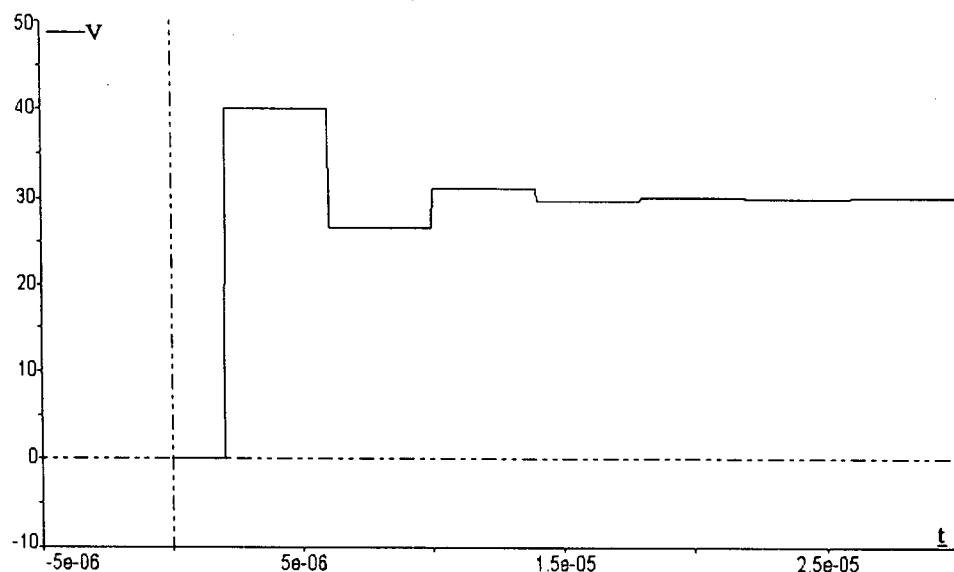
- comprimento da linha = 400 m;
- número de nós = 51;
- número de iterações = 1000;
- resistência distribuída da linha = 0 ohms/m;
- condutância distribuída da linha = 0 S/m;
- capacitância distribuída da linha =  $1\text{e-}10$  F/m;
- indutância distribuída da linha =  $2.5\text{e-}7$  H/m;
- resistência da carga = 100 ohms;
- resistência da fonte = 0 ohms;
- reatância indutiva da carga = 0 ohms;
- tipo de excitação = degrau;



- tensão máxima da excitação = 30 V.

Com estes dados o programa LTDT calcula um número total de segmentos igual a 50, cada segmento com 8 m, impedância característica da linha de 50 ohms, tempo de propagação total de 2  $\mu$ s.

Os resultados analisados são a tensão junto à carga e a corrente junto à fonte. No caso do LTDT é escolhido para análise da tensão o último nó (número 51, junto à carga) e para a corrente o primeiro nó (conectado à fonte). Os resultados, bem como referências, estão apresentados nas figuras 6.8, 6.9 e 6.10. Os resultados analíticos são idênticos aos obtidos pelo programa SPICE.



**Figura 6.8 - Tensão junto à carga (último nó) em relação ao tempo (obtido com LTDT)**

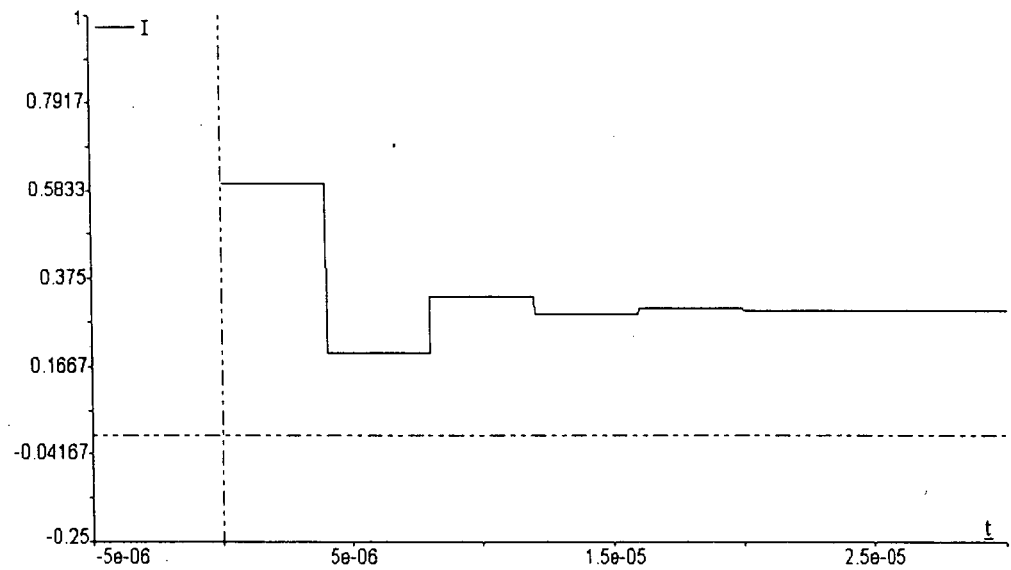


Figura 6.9 - Corrente junto à fonte (primeiro nó) em relação ao tempo (obtido com LTDT)

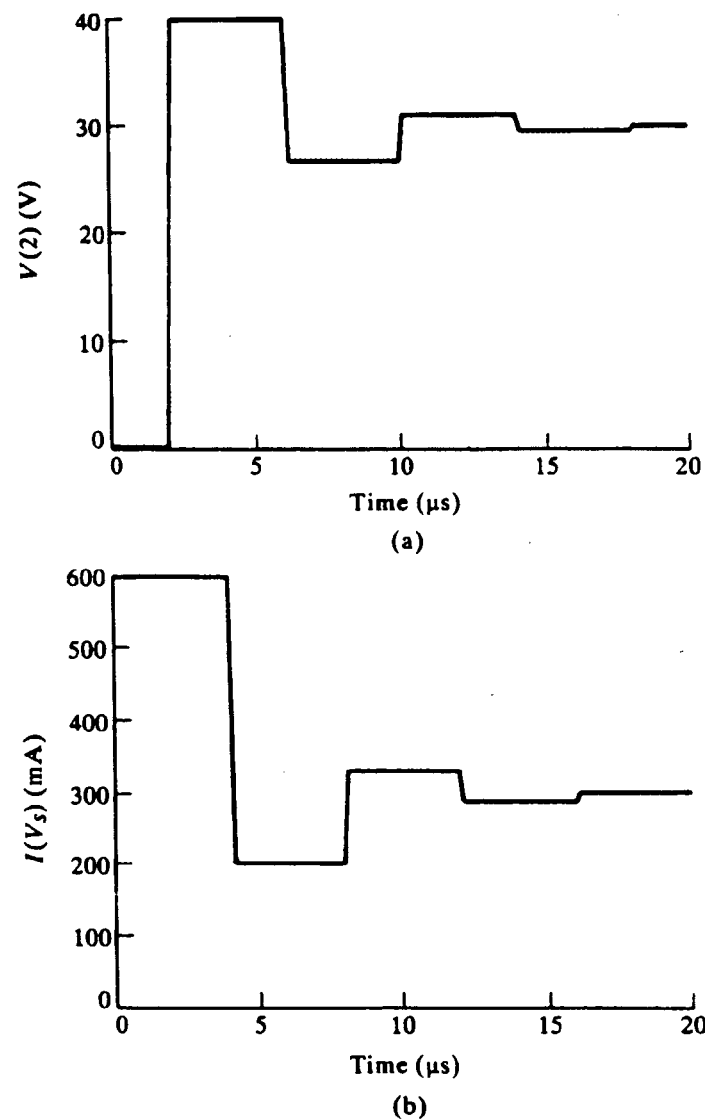


Figura 6.10 - Resultados do SPICE, sendo em (a) a tensão junto à carga e (b) a corrente junto à fonte

Utilizando o programa LTDT foram então testadas diversas excitações, mantendo os dados da linha e traçando o gráfico da tensão junto à carga. Na figura 6.11 pode-se ver resultados semelhantes ao da figura 6.8, porém agora com a introdução de uma impedância (relativa ao indutor) de 10 ohms em série com a resistência da carga (ver também desenho da figura 6.4). Devido à indutância é claramente perceptível a oscilação da tensão junto à carga.

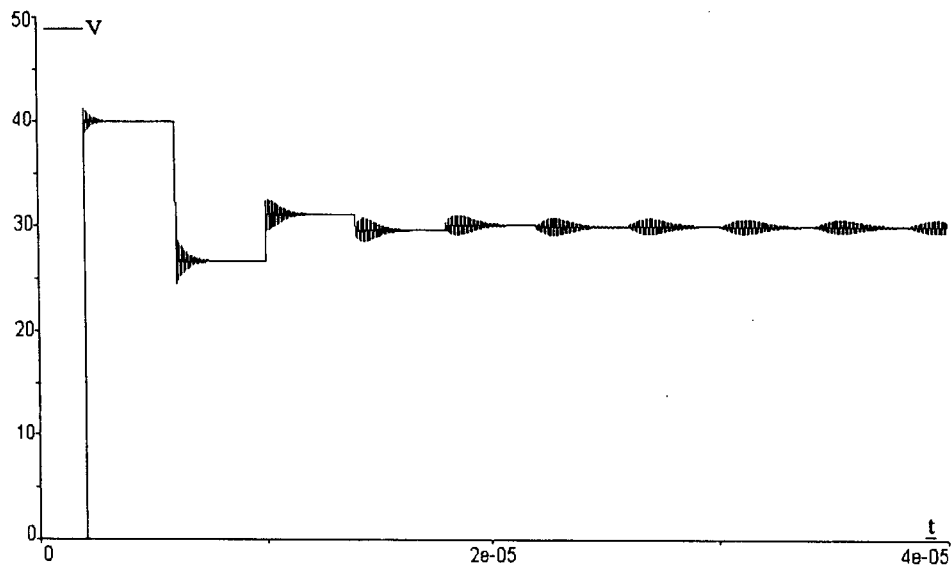


Figura 6.11 - Tensão junto à carga indutiva (último nó) devido a degrau de 30 V (LTDT).

### 6.5.2 - SURTO DE TENSÃO

Um caso importante em EMC são os surtos, originados por descargas atmosféricas ou por manobra em linhas de tensão. Os surtos se caracterizam por elevados níveis de tensão em curtos espaços de tempo. A curva normalizada para surtos de tensão é definida por uma rampa íngreme de subida até atingir a tensão de crista, quando então passa para uma rampa menos acentuada de descida até níveis de tensão próximos de zero [19]. Na figura 6.12 é apresentado o gráfico  $V \times t$  para ondas padronizadas de surto, sendo  $t_1$  o tempo de subida até a crista e  $t_2$  o tempo de descida até 50% da tensão máxima.

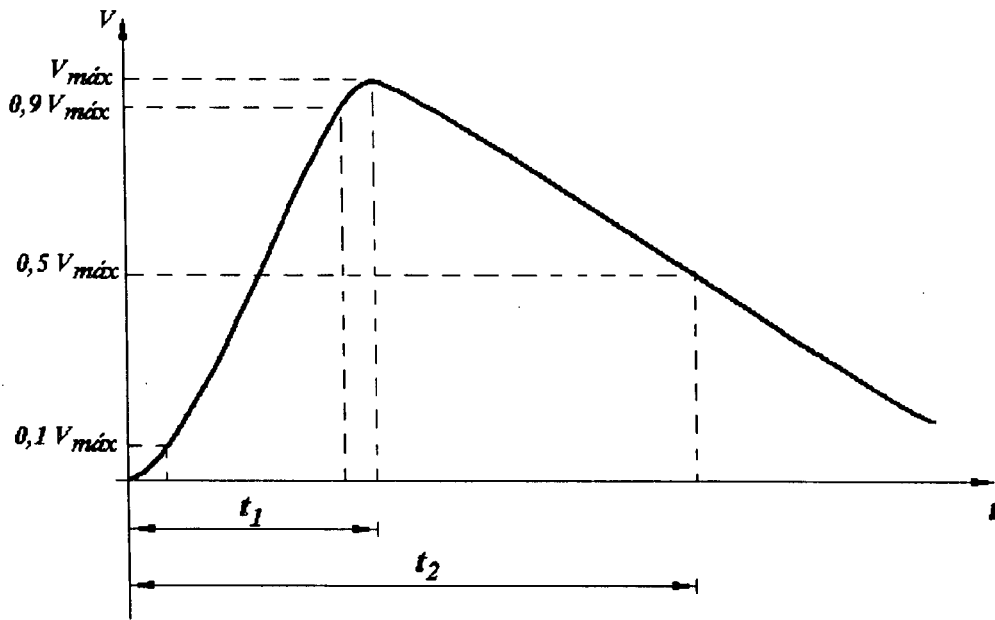


Figura 6.12 - Onda padronizada de surto de tensão.

Os surtos de origem atmosférica são definidos pela onda padrão  $1,2 \times 50 \mu s$  (rampa de subida em 1,2 microssegundos, e descida até 50% da tensão máxima em 50 microssegundos). Os surtos de origem por manobra são definidos pela onda padrão  $250 \times 2500 \mu s$  (rampa de subida em 250 microssegundos, e descida até 50% da tensão máxima em 2500 microssegundos).

Considerando a excitação por surto atmosférico com a tensão máxima na fonte de 2500 V, o resultado obtido pelo programa LTDT junto à carga puramente resistiva (mesmos dados anteriores para a linha e carga) é mostrado na figura 6.13, onde pode-se perceber o elevado grau de riscos a que está submetido o equipamento, onde a tensão alcança valores próximos a 3500 V por aproximadamente 5 microssegundos.

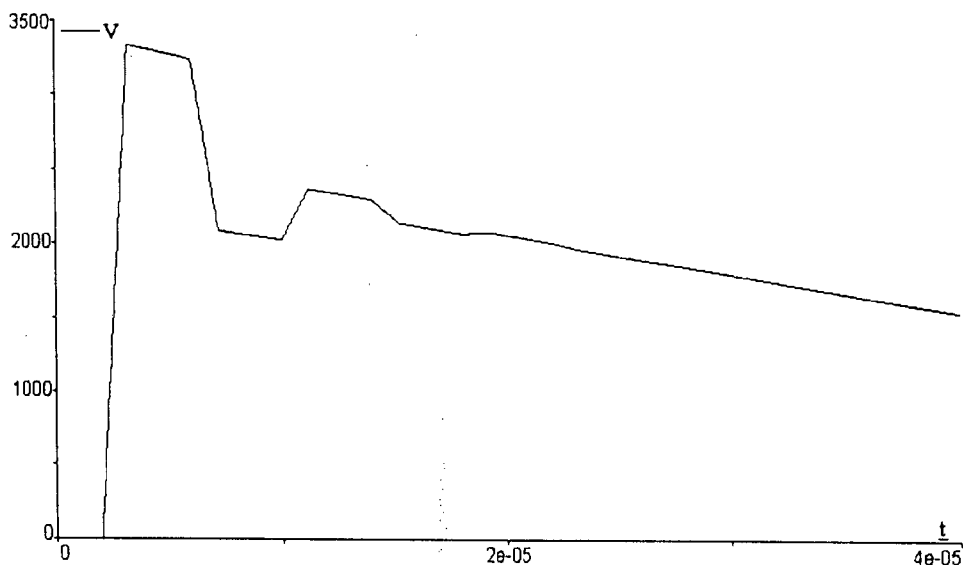


Figura 6.13 - Tensão junto à carga (último nó) devido a surto atmosférico de 2500 V.

### 6.5.3 - IMPULSO

O programa LTDT aceita diversos tipos de excitação. Um teste com um pulso estreito de 30 V gerado pela fonte ( $t = 0$ ) provoca na carga puramente resistiva um conjunto de impulsos decrescentes (devido às perdas nas resistências) conforme a figura 6.14. Também neste caso são mantidos os dados da linha e da carga dos exemplos anteriores.

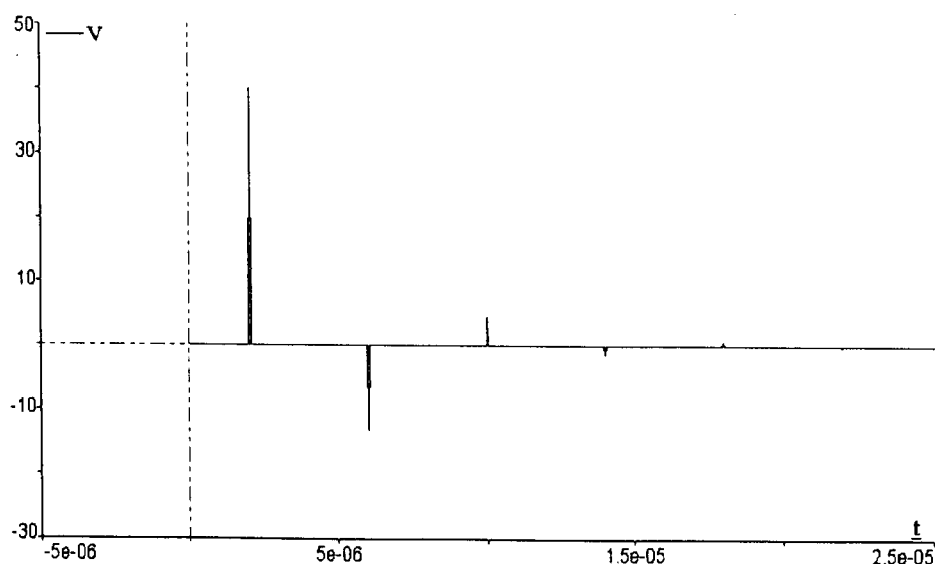


Figura 6.14 - Tensão junto à carga (último nó) devido a impulso de 30 V.

### 6.5.4 - ONDA SENOIDAL

Uma onda senoidal gerada pela fonte, na frequência de 360 kHz com tensão máxima de 30 V, mantidos os dados anteriores da linha e carga puramente resistiva, provoca na carga uma tensão senoidal como mostrado na figura 6.15.

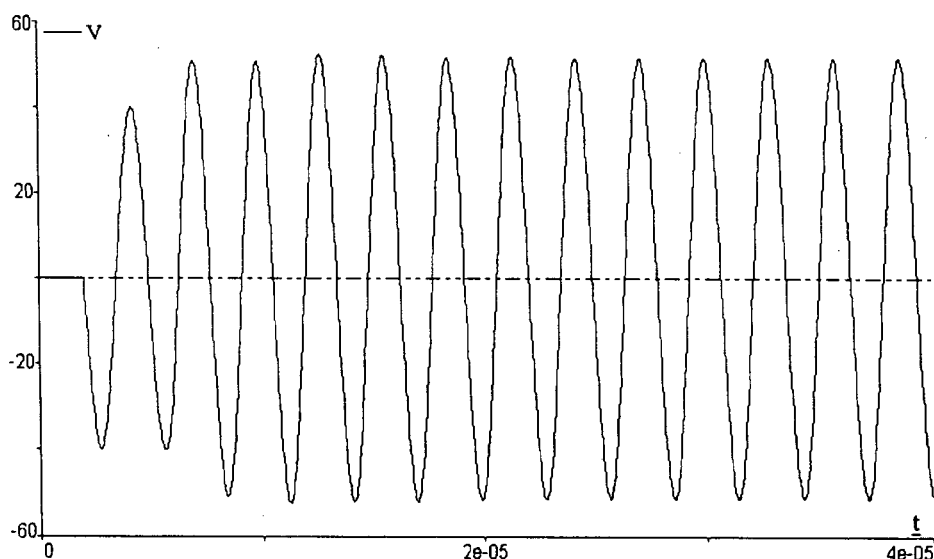


Figura 6.15 - Tensão junto à carga (último nó) devido a tensão senoidal com frequência de 360 kHz.

### 6.5.5 - EXPERIÊNCIA EM LABORATÓRIO

A partir do uso inicial do programa LTDT com diversos tipos de excitação, foi realizada experiência em laboratório para comprovação dos seus resultados. Na experiência foi utilizada linha telefônica comum e cargas constituídas de resistores, com a introdução de filtro capacitivo. Foi elaborada modelagem tipo stub para o filtro capacitivo, conforme descrito na seção 6.4.2.

Foi utilizada como excitação uma onda quadrada, cujo principal interesse está no degrau da onda.

As características da linha utilizada são:

- comprimento total = 8,4 m;
- resistência distribuída = 0,0978 ohms/m;

- condutância distribuída = 0 S/m;
- indutância distribuída = 0,554  $\mu\text{H/m}$ ;
- capacitância distribuída = 120 pF/m.

Características da carga, do filtro capacitivo e da fonte:

- resistência da carga = 1500 ohms;
- capacitor de filtragem = 0,22  $\mu\text{F}$ ;
- resistência interna da fonte = 50 ohms;
- frequência da fonte = 9,54199 kHz;
- tipo da onda = quadrada;
- tensão máxima da onda = 30,4 V.

Na figura 6.16 é apresentado o resultado experimental obtido com osciloscópio, medido nos terminais junto à carga e ao filtro capacitivo.

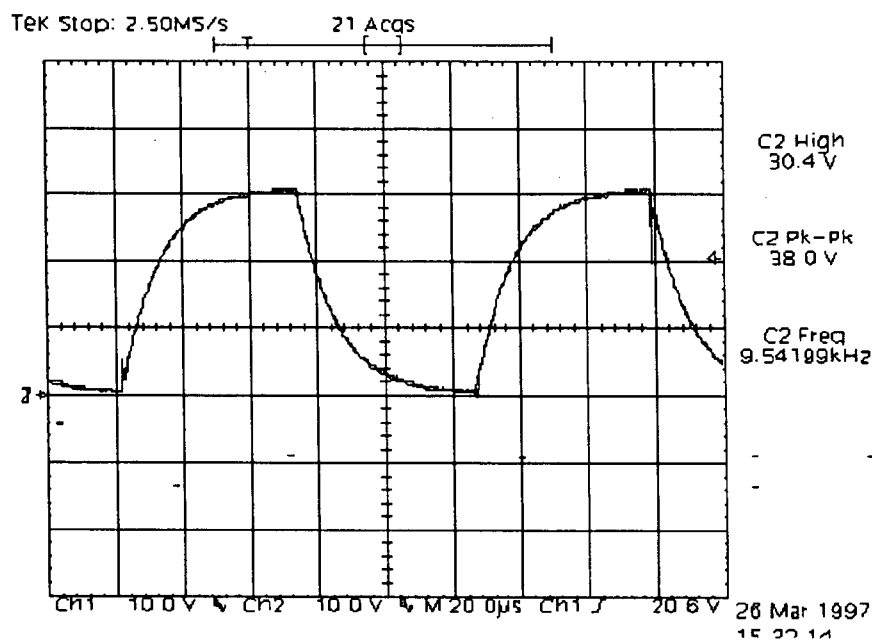


Figura 6.16 - Resultado experimental com uso de filtro capacitivo.

Na figura 6.17 é apresentado o resultado da modelagem numérica utilizando o programa LTDT, inserindo os dados da experiência. No gráfico pode-se perceber a validade dos resultados obtidos, e também a importância da atuação do capacitor como filtro em altas frequências.

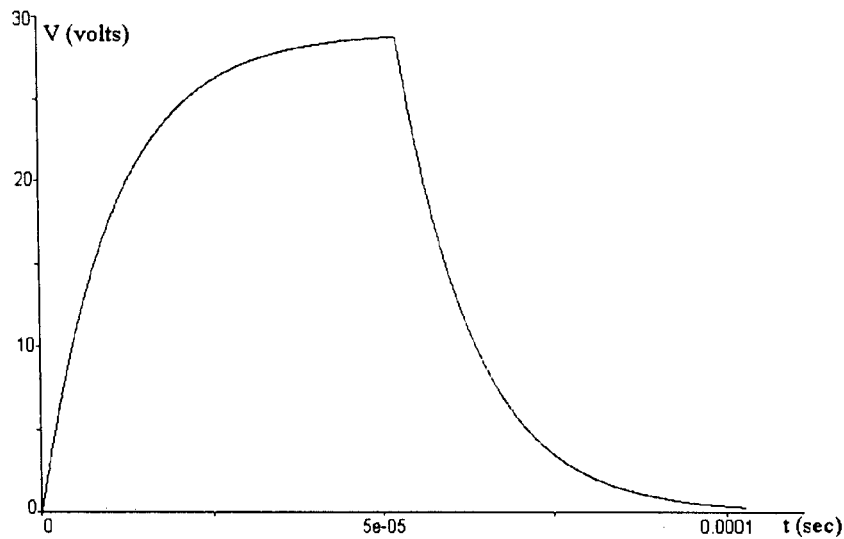


Figura 6.17 - Resultado de modelagem numérica com TLM para filtro capacitivo junto à carga.

Este resultado pode também ser obtido analiticamente, considerando parâmetros concentrados, devido ao pequeno tamanho da linha utilizada em laboratório. Linhas de maiores comprimentos e a análise de pontos quaisquer na sua extensão serão facilitadas pelo uso do método.

## 6.6 - CONCLUSÕES

Diversos outros testes e experiências podem ser feitos utilizando a modelagem numérica com TLM, especialmente na análise de transitórios, com aplicações em sistemas de potência, eletrônica de potência, eletromagnetismo e linhas de transmissão, compatibilidade eletromagnética, sistemas de transmissão por microondas, bem como em outras áreas do conhecimento que envolvem ondas e transmissão, como acústica e termodinâmica [3].



## CAPÍTULO 7

### CONCLUSÕES

#### 7.1 - O MÉTODO TLM

Atualmente os métodos numéricos de modelagem de fenômenos eletromagnéticos assumem importância fundamental nas pesquisas científicas. Esta importância está associada à enorme disseminação dos computadores e à sua crescente capacidade de processamento [20].

A modelagem permite a antecipação e agilização da obtenção de resultados, que anteriormente eram obtidos unicamente através de experiências práticas, na maioria das vezes com alto custo, inviabilizando as condições de muitos pesquisadores.

No entanto toda modelagem numérica deve garantir uma boa aproximação com os resultados reais para que seja válida. Neste sentido está o esforço daqueles que desenvolvem tais modelos e técnicas.

O método TLM (*Transmission Line Modelling Method*) está entre estes métodos, com a especial característica de que seu modelo está baseado em circuitos elétricos de linhas de transmissão. O próprio circuito da linha de transmissão já é um modelo, porém de uso tão corrente e interiorizado nos conhecimentos dos engenheiros eletricitas, que torna seu uso fácil em um método relacionado à própria área, ao contrário de outros métodos importantes mas baseados em conhecimentos matemáticos ou mecânicos.

O TLM tem demonstrado seu enorme potencial nas pesquisas recentes, que ajudam a sua disseminação entre os pesquisadores de fenômenos ligados ao eletromagnetismo. É um método diferencial, adequado às análises no domínio do tempo, mas também utilizável no domínio da frequência a partir de algumas alterações em seu equacionamento.

O fato de estar associado às análises no domínio do tempo torna este método especialmente útil para estudos de transitórios e de problemas relacionados às altas frequências, com destaque para microondas em cavidades ressonantes e guias de onda, transmissões digitais, transientes e interferências eletromagnéticas.

Neste trabalho procurou-se um aprofundamento teórico do método, especialmente em TLM unidimensional, bem como estudo de modelagem de componentes passivos. A partir do equacionamento desenvolvido foi realizada aplicação computacional que mostra a validade do método, conforme comprovação experimental.

## **7.2 - COMPATIBILIDADE ELETROMAGNÉTICA**

Outra área de estudos que ganha importância crescente é a das interferências (EMI) e compatibilidade eletromagnéticas (EMC). O próprio desenvolvimento dos sistemas computacionais e da microeletrônica, que contribui com outras áreas pela capacitação que possibilita, carrega junto a si uma série de necessidades e adversidades.

Os diversos sistemas estão dia a dia mais envolvidos em meios com campos elétricos e magnéticos, o que exige uma adequação tanto a nível da condição interferente de cada sistema, quanto da sua susceptibilidade em ambientes poluídos eletromagneticamente.

A análise de EMI e EMC no entanto é em geral difícil porque em grande parte dos casos está associada a transitórios, e os transitórios, além da sua curta duração, podem ser aleatórios.

Entre as ferramentas mais importantes para estudos de EMI/EMC estão os métodos numéricos, que permitem simulações e sugestões para formas de controle e proteção.

O aplicativo desenvolvido neste trabalho com o método TLM é apropriado para estudos de transitórios em linhas de transmissão, bem como para a análise de comportamento de dispositivos de proteção e filtragem. A maleabilidade do método permite não só a visualização do comportamento do transitório em qualquer ponto de uma linha, como também dos resultados deste comportamento com a ação de um filtro

ou supressor, colocado em qualquer ponto desta mesma linha. Com isto é possível definir e projetar, para determinadas condições de transmissão, tanto as próprias características da linha desejada como as características do sistema protetor e seu ponto ideal de inserção.

### **7.3 - TRABALHOS FUTUROS**

O estudo aprofundado do método TLM em duas e três dimensões é um dos objetivos de trabalho para o futuro, bem como transmissão em microondas, compatibilidade eletromagnética e modelagem de filtros e supressores não lineares.

Nesta mesma área de interesse estão os problemas relacionados às altas frequências em linhas de transmissão, tais como atenuação e paradiáfonia (crosstalk), cada vez mais fundamentais nos sistemas de comunicação de alta velocidade em desenvolvimento hoje.

## REFERÊNCIAS

- [1] **Itoh, T.**, *Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Structures*, John Wiley & Sons, New York, 1989.
- [2] **Christopoulos, C.**, *Transmission-Line Modeling Method Short Course*, Nottingham, UK, 1992.
- [3] **Christopoulos, C.**, *The Transmission-Line Modeling Method TLM*, IEEE Press, New York, 1995.
- [4] **Hayt, W.H. e Kemmerly, J.E.**, *Análise de Circuitos em Engenharia*, McGraw-Hill, São Paulo, 1973.
- [5] **Kraus, J. D.**, *Electromagnetics*, McGraw-Hill, New York, 1991.
- [6] **Johns, P. B. and Beurle, R. L.**, *Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission-line matrix*, Proc. IEE, vol. 118, n.º 9, pp. 1203-1208, Sep. 1971.
- [7] **Johns, P. B.**, *Application of the transmission-line matrix method to homogeneous waveguides of arbitrary cross-section*, Proc. IEE, vol. 119, n.º 8, pp. 1086-1091, Aug. 1972.
- [8] **Akhtarzad, S. and Johns, P. B.**, *Solution of Maxwell's equations in three space dimensions and time by the t.l.m method of numerical analysis*, Proc. IEE, vol. 122, n.º 12, pp. 1344-1348, Dec. 1975.
- [9] **Akhtarzad, S. and Johns, P. B.**, *Generalized elements for t.l.m method of numerical analysis*, Proc. IEE, vol. 122, n.º 12, pp. 1349-1352, Dec. 1975
- [10] **Johnson, W.C.**, *Transmission Lines and Networks*, McGraw-Hill, Tokyo, 1950.
- [11] **Ramo, S., Whinnery, J.R. and VanDuzer, T.**, *Campos e Ondas em Eletrônica das Comunicações*, Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1981.
- [12] **Kraus, J. D.**, *Antenas*, Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1983.
- [13] **Hofer, W.J.R.**, *The Transmission Line Matrix Method, Theory and Techniques*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol MTT 33, n.º 10, pp. 882-893, Oct. 1985.

- [14] **Sadiku, M. N. O.**, *Numerical Techniques in Electromagnetics*, CRC Press, USA, 1992.
- [15] **Paul, C. R.**, *Introduction to Electromagnetic Compatibility*, John Wiley & Sons, New York, 1992.
- [16] **Goedbloed, J.**, *Electromagnetic Compatibility*, Prentice Hall, New York, 1992.
- [17] **Montrose, M.**, *How EMI is Created Within a Printed Circuit Board*, IEEE EMC Society Newsletter, n.º 172, pp. 16-18, 1997.
- [18] **Hubing, T. H.**, *Survey of Numerical Electromagnetic Modeling Techniques*, University of Missouri-Rolla, Sep. 1991.
- [19] **Gomes, D.S.F., Macedo, F. F., e Guilliod, S. M.**, *Aterramento e Proteção contra Sobretensões em Sistemas Aéreos de Distribuição*, EDUFF, Niterói, 1990.
- [20] **Menezes, L.R.A.X.**, *Modeling of General Medium Constitutive Relationships in the Transmission Line Matrix Method (TLM)*, PhD Thesis, University of Victoria, Canada, 1996.

# ANEXO A

## O PROGRAMA LTDT

O objetivo deste anexo é apresentar o código completo do programa LTDT (Linhas de Transmissão no Domínio do Tempo), escrito em FORTRAN 90. O programa apresenta interface para entrada de dados, onde uma série de questões é colocada de forma a definir os parâmetros necessários para o cálculo. Como resultado são gerados dois arquivos de dados, um para a tensão e outro para a corrente, de um determinado nó de análise escolhido pelo usuário. A visualização gráfica dos resultados deve ser feita por programa que utilize os dados gravados nos arquivos de extensão *grf*.

Para introdução do filtro capacitivo deve ser feita a modificação no último nó (para incidências, reflexões e conexão), assim como introduzir questão inicial sobre o capacitor de filtragem.

---

### Programa LTDT

© Mauro Faccioni Filho e Golberi de Salvador Ferreira

```
! *****
! *****
! *
! * Neste programa utiliza-se basicamente dois tipos de variáveis que *
! * serão a seguir definidas: *
! * *
! * Variáveis de cálculo: *
! * *
! * K - Número de instantes determinados, que varia de 1 até KT *
! * KT - Número total de instantes *
! * J - Número do nó, que varia de 1 até N *
! * N - Número total de nós *
! * RD - Resistencia distribuida da linha *
! * LD - Indutancia distribuida da linha *
! * CD - Capacitancia distribuida da linha *
! * GD - Condutancia distribuida da linha *
! * C - Capacitancia do segmento de linha *
! * L - Indutancia do segmento de linha *
! * G - Condutância do segmento de linha *
! * R - Resistência do segmento de linha *
```

```

! * RL - Resistência da carga *
! * RS - Resistência da fonte *
! * ZL - Impedância da carga *
! * Z0 - Impedância característica do segmento de linha *
! * IL(K) - Corrente na carga *
! * VRL(K) - Tensão refletida para a indutância de carga *
! * VS(K) - Tensão na fonte, instante k *
! * VL(K) - Tensão na indutância de carga, instante K *
! * VIL(K) - Tensão incidente de indutância de carga, instante K *
! * I(J,K) - Corrente no nó J, instante K *
! * V(J,K) - Tensão no nó J, instante K *
! * VD(J,K) - Tensão à direita do nó J, instante K *
! * VE(J,K) - Tensão à esquerda do nó J, instante K *
! * VID(J,K) - Tensão incidente à direita do nó J, instante K *
! * VIE(J,K) - Tensão incidente à esquerda do nó J, instante K *
! * VRD(J,K) - Tensão refletida para a direita, nó J, instante K *
! * VRE(J,K) - Tensão refletida para a esquerda, nó J, instante K *
! * W - Frequencia angular da senoide da fonte *
! * FREQ - Frequencia da senoide da fonte *
! * Deltat - Passo de tempo *
! * Deltax - Comprimento do segmento de linha *
! * COMP - Comprimento total da linha *
! * Tempo - Tempo *
! *****

```

! Declaração das variáveis

```

      INTEGER K,J,N, KT,OP,NO
      REAL*4 G,R,RL,RS,ZL,Z0,IL(1000),VRL(1000),VL(1000),VIL(1000),I(1000,1000), &
      VE(1000,1000),VID(1000,1000),VIE(1000,1000),VRD(1000,1000),VRE(1000,1000), &
      VD(1000,1000),V(1000,1000),VS(1000),L,TAUX
      REAL*4 VSO,W,FREQ,RD,CD,LD,GD,Deltax,Deltat,COMP,Tempo
      CHARACTER*12 Tensao,Corre

```

! Apresentação

WRITE(\*,\*) ' Este é um programa para análise de Linhas de Transmissão a dois condutores no Domínio do Tempo (LTDT). É apropriado para a visualização de transitórios e pode ser utilizado para a especificação de supressores de transientes, para proteção de cargas eletrônicas sensíveis. Para isto deve-se conhecer os parâmetros distribuídos da linha, bem como as características da fonte, da carga e nível máximo de tensão suportável pela carga.'

```

      WRITE(*,*) ' '
      WRITE(*,*) ' '

```

! Entrada de Dados

! Comprimento da linha

```

      WRITE(*,*)'Comprimento da linha (metro)?'
      READ(5,*) COMP

```

! Número de nós

```

      WRITE(*,*)'Número de nós ?'
      READ(5,*) N

```

! Número de passos de tempo

```

      WRITE(*,*)'Número de iterações ?'

```

READ(5,\*) KT

! Resistência da linha por unidade de comprimento

WRITE(\*,\*)'Resistência da linha por unidade de comprimento (ohm/m)?'  
READ(5,\*) RD

! Condutância da linha por unidade de comprimento

WRITE(\*,\*)'Condutância da linha por unidade de comprimento (siemen/m)?'  
READ(5,\*) GD

! Capacitancia da linha por unidade de comprimento

WRITE(\*,\*)'Capacitância da linha por unidade de comprimento (farad/m)?'  
READ(5,\*) CD

! Indutancia da linha por unidade de comprimento

WRITE(\*,\*)'Indutância da linha por unidade de comprimento (henry/m)?'  
READ(5,\*) LD

! Resistência da carga

WRITE(\*,\*)'Resistência da carga (ohm)?'  
READ(5,\*) RL

! Resistência da fonte

WRITE(\*,\*)'Resistência da fonte (ohm)?'  
READ(5,\*) RS

! Indutância da carga

WRITE(\*,\*)'Reatância indutiva da carga (ohm)?'  
READ(5,\*) ZL

! No instante K=1, todas as tensões incidentes são nulas

DO 44 J=1,N  
VID(J,1) = 0.0  
VIE(J,1) = 0.0  
VIL(1) = 0.0  
44 CONTINUE

! Zera vetor excitacao

DO 46 K=1,KT  
VS(K) = 0.0  
46 CONTINUE

! Calculo de parametros da linha

Deltax=COMP/(N-1)  
L=LD\*Deltax  
C=CD\*Deltax  
R=RD\*Deltax  
G=GD\*Deltax  
Z0=sqrt(L/C)



$\text{Deltat}=\text{sqrt}(L*C)$

! Opcao da forma de excitacao

```
WRITE(*,*) 'Tipo de Excitação : 1. Impulso'
WRITE(*,*) '                               2. Degrau'
WRITE(*,*) '                               3. Surto atmosférico (1,2 X 50 microsegundos)'
WRITE(*,*) '                               4. Surto de manobra (250 X 2500 microsegundos)'
WRITE(*,*) '                               5. Senóide'
write(*,*) 'Opção ?'
READ(5,*) OP
```

```
IF (OP.eq.1) THEN
  WRITE(*,*) 'Tensão de pico ?'
  READ(5,*) VSO
  VS(1) = VSO
END IF
```

```
IF (OP.eq.2) THEN
  WRITE(*,*) 'Tensão de degrau ?'
  READ(5,*) VSO
  DO 99 K=1,KT
    VS(K)=VSO
99  CONTINUE
END IF
```

```
IF (OP.eq.3) THEN
  WRITE(*,*) 'Tensão no ponto máximo do surto ?'
  READ(5,*) VSO
  DO 98 K=1,KT
    TAUX=K*Deltat
    IF(TAUX.LE.1.2E-6) THEN
      VS(K)=(VSO/1.2E-6)*TAUX
    ELSE
      IF (TAUX.LE.100E-6) THEN
        VS(K)=(VSO*((100E-6)-TAUX))/98.8E-6
      ELSE
        VS(K)=0.0
      END IF
    END IF
98  CONTINUE
END IF
```

```
IF (OP.eq.4) THEN
  WRITE(*,*) 'Tensão no ponto máximo do surto ?'
  READ(5,*) VSO
  DO 96 K=1,KT
    TAUX=K*Deltat
    IF(TAUX.LE.250E-6) THEN
      VS(K)=(VSO/250E-6)*TAUX
    ELSE
      IF (TAUX.LE.2500E-6) THEN
        VS(K)=(VSO*((2500E-6)-TAUX))/2250E-6
      ELSE
        VS(K)=0.0
      END IF
    END IF
96  CONTINUE
END IF
```

```

IF (OP.EQ.5) THEN
  WRITE(*,*)'Tensão de pico da senóide ?'
  READ(5,*) VSO
  WRITE(*,*)'Frequência da senoide ?'
  READ(5,*) FREQ
  W=2*3.141592*FREQ
  DO 97 K=1,KT
    VS(K)=VSO*SIN(W*K)
97  CONTINUE
END IF

! Escolha do no para analise

WRITE(*,*) 'Impedância Característica =',Z0,' ohm'
WRITE(*,*)'Tempo de propagação em cada segmento =', Deltat,' segundo'
WRITE(*,*)'Comprimento de cada segmento =',Deltax,' metro'
WRITE(*,*)'Tempo de propagação total =',Deltat*(N-1),' segundo'
WRITE(*,*) '
WRITE(*,*)'Digite o número do nó para análise .'
READ(5,*) NO
WRITE(*,*) '
WRITE(*,*)'Nome do Arquivo para armazenamento das tensões (*.GRF)='
READ(5,*) Tensao
WRITE(*,*) '
WRITE(*,*)'Nome do Arquivo para armazenamento das correntes (*.GRF)='
READ(5,*) Corre

! Abertura dos arquivos de resultados

OPEN (10,file=Tensao)
OPEN (20,file=Corre)
WRITE(10,*) 1,1000
WRITE(10,*) ""|x|y|""
WRITE(20,*) 1,1000
WRITE(20,*) ""|x|y|""

! Inicio da iteração no tempo

DO 10 K=1,KT

! *****

! Cálculo das incidências

! Primeiro nó junto à fonte [V(1,K),I(1,K),VD(1,K)]

J=1
if (RS.eq.0) then
  V(J,K)=VS(K)
else
  V(J,K) = ((VS(K)/RS) + (2*VID(J,K)/(R+Z0)))/(1/RS + 1/(R+Z0))
end if
I(J,K) = (V(J,K) - 2*VID(J,K))/(R+Z0)
VD(J,K) = 2*VID(J,K) + I(J,K)*Z0

```

! Segundo ao penúltimo nó (n-1) [V(J,K),I(J,K),VE(J,K),VD(J,K)]

```

DO 20 J=2,N-1
  V(J,K) = (2*VIE(J,K)/Z0 + 2*VID(J,K)/(R+Z0))/(1/Z0 + 1/(R+Z0) + G )
  I(J,K) = (V(J,K) - (2*VID(J,K)))/(R+Z0)
  VE(J,K) = V(J,K)
  VD(J,K) = 2*VID(J,K) + I(J,K)*Z0
20  CONTINUE

```

! Último nó

```

J=N
V(J,K) = (2*VIE(J,K)/Z0 + 2*VIL(K)/(RL+ZL))/(1/Z0 + 1/(RL+ZL) + G)
IL(K) = (V(J,K) - 2*VIL(K))/(RL+ZL)
VL(K) = 2*VIL(K) + IL(K)*ZL

```

Tempo=k\*Deltat

WRITE(10,\*) Tempo,V(NO,K)

```

if(NO.eq.N) then
  WRITE(20,*) Tempo,IL(K)
else
  WRITE(20,*) Tempo,I(NO,K)
end if

```

! \*\*\*\*\*

! Cálculo das reflexões

! Para o primeiro nó

```

J=1
VRD(J,K) = VD(J,K) - VID(J,K)

```

! Segundo ao penúltimo nó (N-1)

```

DO 30 J=2,N-1
  VRD(J,K) = VD(J,K) - VID(J,K)
  VRE(J,K) = VE(J,K) - VIE(J,K)
30  CONTINUE

```

! Último nó

```

J=N
VRE(J,K) = V(J,K) - VIE(J,K)
VRL(K) = VL(K) - VIL(K)

```

! \*\*\*\*\*

! Conexão com o momento seguinte (K+1)

! Para o primeiro nó

```

J=1
VID(J,K+1) = VRE(J+1,K)

```

! Segundo ao penúltimo nó

```
      DO 40 J=2,N-1
      VIE(J,K+1) = VRD(J-1,K)
      VID(J,K+1) = VRE(J+1,K)
40    CONTINUE
```

!    Último nó

```
      J=N
      VIE(J,K+1) = VRD(J-1,K)
      VIL(K+1) = - VRL(K)
```

```
10    CONTINUE
```

```
      END
```